Intervalos y desigualdades

Para una funcion real f dada por una expresión analítica, el dominio es el conjunto de numeros reales x para los cuales $f(x)$ está definida y toma valores reales (evitando, por ejemplo, denominadores cero, radicandos negativos en raices pares o argumentos no positivos en logaritmos). El rango o imagen es el subconjunto de valores y que realmente se se obtiene de evaluar $f(x)$ con x en el dominio.

Expresión Analítica

$f(x) = \sqrt{x+2}$

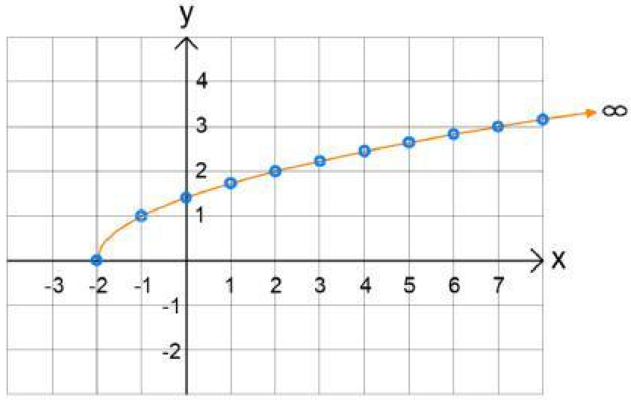
Tabulación

x	$f(x)$
-4	—
-3	—
-2	0
-1	1
0	1.41
1	1.73
2	2
3	2.23
4	2.45
5	2.65
6	2.83
7	3

Dominio ∞

Rango ∞

Gráfica



Lo anterior nos lleva al manejo de algunos conceptos preliminares, tal como intervalo, y su relación con las desigualdades e inecuaciones, que nos van a ayudar a definir el dominio y rango de una manera simbólica y sencilla.

Desigualdades.

La comparación de dos cantidades lleva implícita una respuesta: mayor que, igual a, o bien, menor que. Esto lo expresa la ley de la tricotomía:

Sean a y b dos números reales. Se dice que:

- a es mayor que b, si *a - b* es un número positivo. Entonces lo escribimos como:

  $a > b$ Léase "a mayor que b"

- a es menor que b, si a - b es un número negativo. Entonces lo escribimos como:

  $a < b$ Léase "a menor que b"

Tenemos ahora, aparte del signo de igualdad, dos signos más para expresar la desigualdad. También son de uso común los signos:

$\geq$ "mayor o igual que"; $\leq$ "menor o igual que"

Que señalan la posibilidad de la desigualdad sin dejar fuera la igualdad (una u otra, no ambas).

LIVEWORKSHEETS

Ejemplo:

Enunciado	Expresión simbólica
8 es mayor que -4	$8 > -4$
-3/5 es menor que 0	$-3/5 < 0$
Un número real no negativo (cero no es negativo, ni positivo)	$x \geq 0$
Un número real positivo (cero no es negativo, ni positivo)	$x > 0$
Un número entre -4 y 2	$-4 < x < 2$
Un número menor a 6	$x < 6$
Un número que puede ser 2 o mayor a 2.	$x \geq 2$
Un número que puede ser 2 o 10, o cualquier intermedio.	$2 \leq x \leq 10$

Intervalos

Un intervalo es el conjunto de todos los números comprendidos en una porción continua del eje real. Si los límites de esa porción del eje son los valores a y b ($a < b$), el intervalo estará dado por la doble desigualdad: $a < x < b$ o $a \leq x \leq b$, dependiendo si se quiere incluir o no a los extremos.

Un intervalo puede ser catalogado como:

- Intervalo Abierto, si no incluye a los extremos, se representa a través de **paréntesis**.

  (a,b) o $a < x < b$

- Intervalo Cerrado, si incluye a esos extremos, se representa a través de **corchetes**.

  [a,b] o $a \leq x \leq b$

- Mixto, aquellos que son abiertos en un extremo y cerrado en el otro, **lleva corchetes** en el extremo cerrado **y paréntesis** en el extremo abierto.

  [a,b) o $a \leq x < b$

  (a,b] o $a < x \leq b$

La porción del eje real puede ser una semirecta cuando uno de sus límites es +∞ o $-\infty$. En este caso, en dicho lado el intervalo siempre es abierto.

(∞,b] o $\infty < x \leq b$

[a, ∞) o $a \leq x < \infty$

Ejemplos:

Tipo de intervalo	Intervalo	Desigualdad
Abierto	(2,5)	$2 < x < 5$
Cerrado	[2,5]	$2 \leq x \leq 5$
Mixto	(2,5]	$2 < x \leq 5$
Mixto	[2,5)	$2 \leq x < 5$
Mixto	[2,∞)	$2 \leq x < \infty$
Mixto	(-∞,5)	$-\infty < x \leq 5$
Mixto	(-3,1]	$-3 < x \leq 1$
Mixto	[-9,-4)	$-9 \leq x < -4$
Cerrado	[-7,6]	$-7 \leq x \leq 6$
Abierto	(-12,-8)	$-12 < x < -8$

-

LIVEWORKSHEETS

Actividad 1

Debes mandar la captura a la clase Classroom de tu resultado que obtuviste en liveworksheet con nombre y puntaje.

Parte 1. Relaciona la columna de intervalo con su correspondiente desigualdad, poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

a) (-3,5)		$3 \leq x < \infty$
b) (2,7]		$-\infty < x < 8$
c) [3,15]		$2 \leq x \leq 7$
d) [8, ∞)		$-3 \leq x < 5$
e) (-∞,3)		$3 < x \leq 15$
f) [-3,5]		$-\infty < x < 3$
g) [2,7)		$8 < x < \infty$
h) (3,15)		$2 < x \leq 7$
i) (8, ∞)		$3 < x < 15$
j) (-∞,3]		$-3 < x < 5$
k) [-3,5)		$-\infty < x \leq 3$
l) [2,7]		$8 \leq x < \infty$
m) (3,15]		$2 \leq x < 7$
n) (- ∞,8)		$3 \leq x \leq 15$
o) [3,∞)		$-3 \leq x \leq 5$

LIVEWORKSHEETS

Actividad 2

Parte 2. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

a) Cualquier número entre -3 y 7.
b) Cualquier número menor a 7.
c) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos.
d) Cualquier número menor o igual a 7.
e) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7.
f) Cualquier número mayor a -3.
g) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3.
h) Cualquier número mayor o igual a -3.
i) Cualquier número menor a -3.
j) Cualquier número mayor a 7.

	[-3,7)
	(-∞,7)
	(-3,∞)
	(-3,7)
	(7,∞)
	[-3,7]
	(-3,7]
	(-∞,7]
	(-∞,-3)
	[-3,∞)

Actividad 3

Parte 3. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

k) Cualquier número entre -3 y 7.
l) Cualquier número menor a 7.
m) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos.
n) Cualquier número menor o igual a 7.
o) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7.
p) Cualquier número mayor a -3.
q) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3.
r) Cualquier número mayor o igual a -3.
s) Cualquier número menor a -3.
t) Cualquier número mayor a 7.

	$-3 \leq x < \infty$
	$-3 < x \leq 7$
	$-\infty < x < -3$
	$-3 \leq x \leq 7$
	$-\infty < x \leq 7$
	$-3 < x < 7$
	$7 < x < \infty$
	$-\infty < x < 7$
	$-3 < x < \infty$
	$-3 \leq x < 7$

LIVEWORKSHEETS