MATEMÁTICA
V SECUNDARIA
Ficha 2: Sistemas de medidas angulares

SISTEMA DE MEDICIÓN

Son las distintas formas o medios para medir ángulos cada una con sus propia reglas y unidades.

Las unidades de medida en cada sistema se crean en forma arbitraria, tal es así que se le puede tomar como unidad de medida un ángulo cuyo arco es equivalente a $\frac{1}{360}$, $\frac{1}{400}$, etc. parte de un ángulo de una vuelta.

Por lo expuesto se entiende que existen muchos sistemas para medir ángulos, pero los más usuales o conocidos son tres:

Sistema Sexagesimal | Sistema Centesimal | Sistema Radial

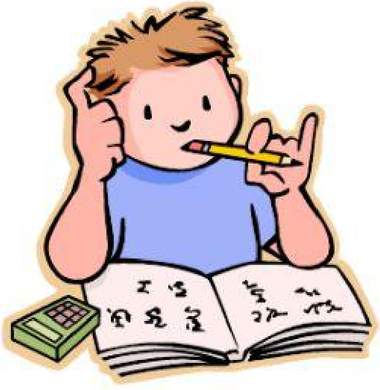
SISTEMA SEXAGESIMAL (S)

Llamado Sistema Inglés, es aquel que tiene como unidad a:

Un grado sexagesimal $\rightarrow$ 1º

Dicho sistema divide al ángulo de una vuelta (1 v) en 360 partes iguales y a cada parte se le denomina 1º por lo tanto:

$$\boxed{1 \text{ vuelta} = 360^\circ}$$



Sus múltiplos:

- 1 minuto sexagesimal $\rightarrow$ 1'
- 1 segundo sexagesimal $\rightarrow$ 1"

Equivalencia:

1º = 60'
1' = 60"

$\longrightarrow$ $\boxed{1^\circ = 3600''}$

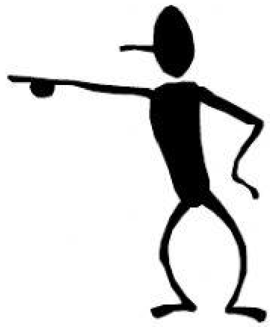
SISTEMA CENTESIMAL (C)

Llamado también francés, es aquel que tiene como unidad a:

Un grado centesimal $\rightarrow$ 1^g

Dicho sistema divida al ángulo de una vuelta (1 v) en 400 partes iguales y a cada parte se le denomina 1^g por lo tanto:

$$\boxed{1 \text{ vuelta} = 400^g}$$



Sus multiplos:

- ❖ 1 minuto centesimal $\rightarrow$ 1^m
- ❖ 1 segundo centesimal $\rightarrow$ 1^s

Equivalencia: $\boxed{1^g = 100^m}$ $\boxed{1^m = 100^s}$ $\longrightarrow$ $\boxed{1^g = 10\,000^s}$

SISTEMA RADIAL O CIRCULAR (R)

También llamado circular o internacional es aquel que tiene como unidad a un radian (1 rad).

1 Radian (1 Rad).- Se define así a la medida del ángulo central que subtiende en cualquier circunferencia un arco de longitud igual al radio.

$\boxed{\text{Si: } L = R \Rightarrow \theta = 1}$

$\boxed{R = L}$

Luego: $\boxed{1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{rad}}$

Obs. π (Pi) = 3,141592654……

Pero el valor de π se le atribuye valores aproximados como:

$\pi = 3,14$ ó $\pi = \frac{22}{7}$

EQUIVALENCIAS ENTRE LOS TRES SISTEMAS

$9^{o} = 10^{g}$	$\pi rad = 180^{o}$	$\pi rad = 200^{g}$

1 vuelta = $360^{o} = 400^{g} = 2\pi$ rad

NOTA:

Lo correcto seria 9^{0} equivale 10^{g} pero por comodidad para <u>operar</u> diremos

Consideraciones:

1. 1 rad > 1^{o} > 1^{g}
2. 180^{o} < > 200^{g} < > πrad
3. 9^{o} < > 10^{g} $\quad$ 27' < > 50^{m} $\quad$ 81" < > 250^{s}
4. $\alpha = x^{o}\, y'\, z'' = x^{o} + y' + z''$ $\quad$ ($\alpha = 3^{o}50'27'' = 3^{o} + 50' + 27''$)
5. $\beta = x^{g}\, y^{m}\, z^{s} = x^{g} + y^{m} + z''$ $\quad$ ($\beta = 4^{g}50^{m}20^{s} = 4^{g} + 50^{m} + 20^{s}$)

<u>Conversión entre sistemas</u>: Es el procedimiento por el cual la medida de un ángulo se expresa en otras unidades diferentes a la primera.

Aplicaciones:

1. Convertir 15^{o} a radianes.
   Observamos que vamos a relaciona el sistema (S) y (R) entonces utilizaremos una equivalencia donde aparezcan ambos sistemas.

   $\boxed{\pi rad = 180^{o}}$

   $$15^{o} \times \frac{\pi rad}{180^{o}} \Rightarrow \frac{\pi}{12} rad$$

2. Convertir 80^{g} a sexagesimales.
   Utilizaremos la equivalencia.

   $\boxed{9^{o} = 10^{g}}$

   $$80^{g} \cdot \frac{9^{o}}{10^{g}} \Rightarrow 72^{o}$$

3. Convertir $\frac{3\pi}{2} rad$ a sexagesimales.

   Ahora utilizaremos $180^{o} = \pi$rad

   $$\frac{3}{2}\underbrace{\boxed{\pi rad}}_{}\overset{180^{o}}{} \Rightarrow \frac{3 \times 180^{o}}{2} = 270^{o}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Expresa el complemento de 30° en el sistema circular.

a) $\frac{\pi}{3}rad$ b) $\frac{\pi}{6}rad$ c) $\frac{\pi}{4}rad$
d) $\frac{\pi}{5}rad$ e) $\frac{\pi}{8}rad$

2. Expresa el suplemento de 100^g al sistema radial.

a) $\frac{\pi}{3}rad$ b) $\frac{\pi}{6}rad$ c) $\frac{\pi}{8}rad$
d) $\frac{\pi}{2}rad$ e) $\frac{\pi}{4}rad$

3. Determina: $\sqrt{a+b+c}$
Si: $140^g = \overline{abc}^\circ$
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Calcula el valor de x:

$$(4x+10)^\circ = \frac{6\pi}{20}rad$$

a) 7 b) 9 c) 11
d) 13 e) 15

5. Determina a + b + c.
Si: a°b'c" = 3°25'42" + 4°45'38"
a) 25 b) 39 c) 52
d) 63 e) 120

6. La diferencia de dos ángulos suplementarios es $\frac{\pi}{3}rad$. Determina el mayor de ellos.

a) 90° b) 100° c) 120°
d) 160° e) 130°

7. Calcula: $E = \dfrac{25^\circ + 50^g + \frac{\pi}{3}rad}{64^\circ + 40^g + \frac{\pi}{6}rad}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Reduce: $\dfrac{T^{\circ}+R^{\circ}+I^{\circ}+L^{\circ}+C^{\circ}+E^{\circ}}{T^{g}+R^{g}+I^{g}+L^{g}+C^{g}+E^{g}}$

a) 10/9 b) 9/10 c) 1/10
d) 1/9 e) Faltan datos

9. Expresa en el sistema centesimal:

$$\alpha = \left(\frac{x^{\circ}\,(3x)'}{x'}\right)^{\circ}$$

a) 60^g b) 70^g c) 50^g
d) 40^g e) 80^g

10. Si: $\frac{\pi}{64}\text{rad} = x^{\circ}y'z''$

Calcula el complemento de $(x + y - z)^{\circ}$

a) 80° b) 81° c) 85°
d) 82° e) 54°

11. La suma de las medidas de dos ángulos es $\overline{(a+1)(b+4)}^{\circ}$ y su diferencia es $\overline{(a-7)(b-5)}^{g}$. ¿Cuál es la medida radial del mayor?

a) $\frac{\pi}{10}\text{rad}$ b) $\frac{\pi}{5}\text{rad}$ c) $\frac{3\pi}{5}\text{rad}$
d) $\frac{3\pi}{10}\text{rad}$ e) $\frac{2\pi}{5}\text{rad}$

12. Se crea un nuevo sistema de medición angular “TRILCE” tal que su unidad (1^T) resulta ser la 480ava parte del ángulo de una vuelta. Señala el equivalente de 1°12’ en este nuevo sistema.

a) $0,4^T$ b) $0,6^T$ c) $0,8^T$
d) $1,2^T$ e) $1,6^T$