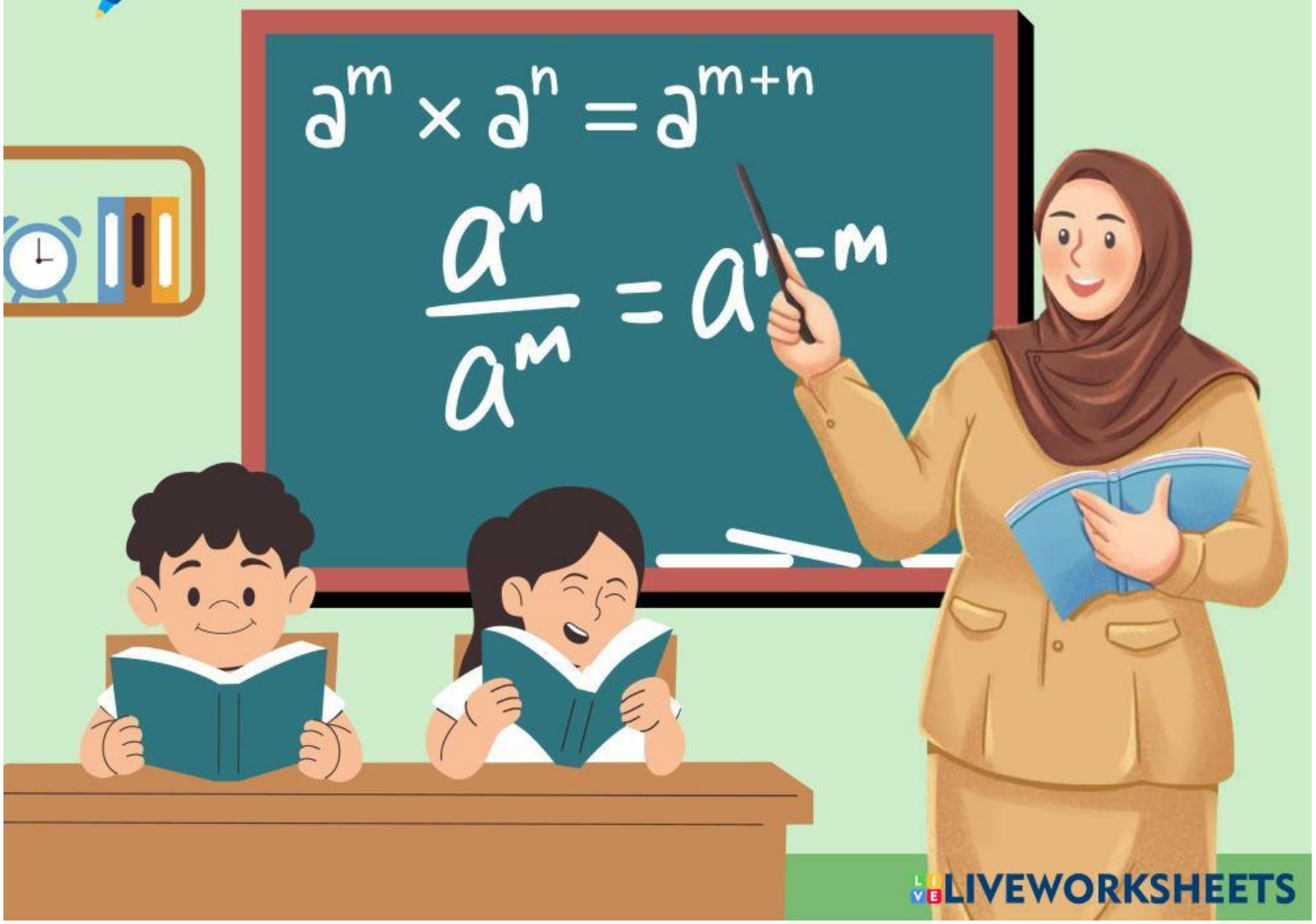
Lembar Kerja Peserta Didik Elektonik

e-LKPD

MATEMATIKA

DISUSUN OLEH :
M. ANDIK BADRUS SHAYAT



LIVEWORKSHEETS

KELAS X

Sekolah : SMK 3 PGRI Sidoarjo
Mapel : Matematika
Materi : Eksponen
Sub Materi : Pertumbuhan dan peluruhan
Alokasi Waktu : 60 menit

TUJUAN PEMBELAJARAN DAN PETUNJUK BELAJAR

Tujuan Pembelajaran

- Memahami konsep fungsi eksponen serta aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari
- Menganalisis masalah terkait pertumbuhan dan peluruhan eksponensial
- Menyelesaikan soal-soal kontekstual berbasis literasi matematika dengan berpikir kritis
- Menunjukkan sikap percaya diri dan tanggung jawab selama pembelajaran berlangsung

Petunjuk Belajar

1. baca dan simak vidio pembelajaran pada materi yang disediakan
2. Bacalah setiap petunjuk dan soal dengan saksama.
3. Kerjakan soal secara mandiri dan jujur.
4. Untuk memudahkan dalam menjawab, tempat yang perlu diisi jawabannya ada di dalam kotak ( )
5. Gunakan kalkulator jika diperlukan untuk menghitung hasil.

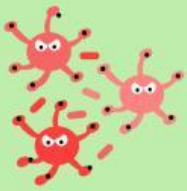
LIVEWORKSHEETS

MATERI

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

EKSPONEN

Eksponen dalam Kehidupan Sehari-hari



Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai situasi di mana suatu hal berkembang sangat cepat dalam waktu singkat. Misalnya, jumlah bakteri yang menggandakan diri setiap jam, pertumbuhan penduduk, atau nilai uang yang terus bertambah karena bunga majemuk di bank. Semua proses ini dapat dijelaskan menggunakan konsep eksponen.

Apa itu Eksponen?

Eksponen adalah bentuk pendek dari operasi perkalian berulang. Jika kita memiliki suatu bilangan dan kita mengalikan bilangan itu dengan dirinya sendiri beberapa kali, maka kita sedang melakukan operasi eksponen. Misalnya:

$$a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a \qquad \text{Sebanyak (n) kali}$$

Keterangan :

a = bilangan pokok (basis), yakni bilangan yang dikalikan

n = bilangan pangkat (basis), yang menyatakan berapa kali bilangan a dikalikan dengan dirinya sendiri

Syarat umum dalam eksponen :

a = bilangan real

n = bilangan bulat positif

LIVEWORKSHEETS

Pertumbuhan Eksponen

Pertumbuhan eksponen menggambarkan situasi ketika sesuatu meningkat dengan sangat cepat karena setiap penambahan waktu menyebabkan nilainya berkembang kelipatan dari nilai sebelumnya. Fungsi pertumbuhan eksponensial biasanya dituliskan sebagai berikut.

$$f(x) = a^x \quad \text{dengan} \quad a > 1$$

Contoh :

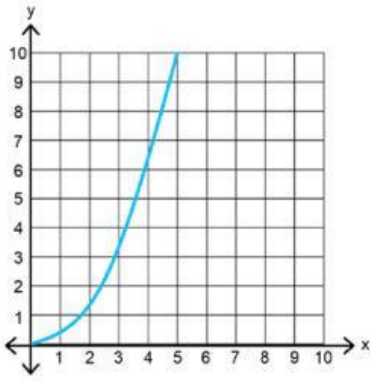
Misalnya, jika sebuah bakteri membelah menjadi dua setiap jam, dan kita mulai dengan satu bakteri, maka jumlah bakteri setelah x jam adalah:

$$f(x) = 2^x$$

- Setelah 1 jam : $f(1) = 2^1 = 2$
- Setelah 2 jam : $f(2) = 2^2 = 4$
- Setelah 3 jam : $f(3) = 2^3 = 8$
- dan seterusnya.

Visualisasi konteks :

Grafik pertumbuhan eksponen memiliki bentuk kurva naik tajam, menunjukkan bahwa semakin lama waktu berjalan, semakin cepat nilai bertambah. Ini mencerminkan bahwa proses pertumbuhan eksponen bukan hanya cepat, tetapi semakin cepat dari waktu ke waktu.



Grafik pertumbuhan eksponen

LIVEWORKSHEETS

Peluruhan Eksponen

Peluruhan Eksponen dalam Kehidupan Nyata

Tidak semua hal dalam hidup kita bertambah. Banyak hal justru mengalami penurunan atau penyusutan. Misalnya, kadar obat dalam tubuh manusia akan terus berkurang seiring waktu, nilai barang elektronik menyusut setiap tahun, atau zat radioaktif mengalami peluruhan. Proses ini disebut peluruhan eksponensial.

Pengertian Peluruhan Eksponen

Peluruhan eksponensial adalah proses di mana suatu nilai menurun secara konsisten dan proporsional terhadap besar nilai itu sendiri. Artinya, semakin kecil nilainya, semakin lambat laju penurunannya. Fungsi peluruhan eksponen dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(x) = n \times a^x \text{ dengan } 0 < a < 1$$

Keterangan :

n = Nilai Awal

a = Faktor peluruhan (berupa desimal/ percahan)

x = Waktu atau pengulangan

Contoh :

Sebuah obat memiliki kadar 100 mg di dalam tubuh. Setiap 2 jam, kadar ini berkurang menjadi setengahnya. Maka, kadar obat setelah xxx jam dapat dihitung dengan:

$$f(x) = 100 \times (0,5)^x)$$

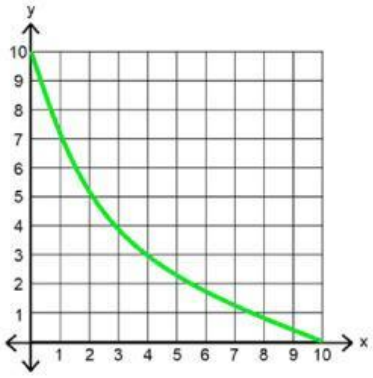
- Setelah 2 jam: $f(1) = 100 \times 0,5^1 = 50$ mg
- Setelah 4 jam: $f(2) = 100 \times 0,5^2 = 25$ mg
- Setelah 6 jam: $f(3) = 100 \times 0,5^3 = 12,5$ mg
- Dan seterusnya.

Visualisasi konteks :

Grafik peluruhan eksponensial menunjukkan kurva turun yang melandai. Ini menunjukkan bahwa nilai berkurang dengan cepat di awal, namun lama-lama menjadi stabil mendekati nol.

LIVEWORKSHEETS

Peluruhan Eksponen



Grafik peluruhan eksponen

Vidio Pendukung

Sebagai bahan pendukung materi. Silahkan perhatikan vidio di atas.

LIVEWORKSHEETS

CONTOH SOAL

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

STUDI KASUS

Desa Cempaka adalah desa yang indah dan dikenal akan Sungai Gading yang mengalir jernih membelah perkampungan. Namun, beberapa bulan terakhir, warga desa mulai mengeluh. Air sungai yang biasanya jernih kini berubah warna menjadi agak keruh kekuningan. Bau menyengat kadang muncul, dan beberapa ikan yang dibudidayakan warga mulai mati tanpa sebab yang jelas.

Dinas Lingkungan Hidup kabupaten setempat segera turun tangan dan melakukan penelitian air sungai. Hasilnya mengejutkan: ternyata pencemaran disebabkan oleh zat kimia bernama ZC-91, yaitu limbah industri dari pabrik tekstil di hulu sungai yang mengalami kebocoran pembuangan. ZC-91 termasuk zat berbahaya bagi ekosistem air karena sifat racunnya yang tinggi. Namun, zat ini memiliki satu keunggulan: secara alami akan terurai (mengalami peluruhan) setiap 3 hari sebanyak setengah dari konsentrasinya karena reaksi sinar matahari dan bakteri air.

Laporan awal menunjukkan bahwa pada hari pertama pemeriksaan, konsentrasi ZC-91 di Sungai Gading sebesar 80 mg/L, jauh di atas batas aman yaitu 5 mg/L. Jika tidak segera ditangani, ekosistem Sungai Gading bisa rusak parah dalam beberapa minggu ke depan.

LIVEWORKSHEETS

Andi, siswa SMK kelas X yang sedang belajar tentang fungsi eksponensial, penasaran apakah zat ZC-91 bisa berkurang secara alami tanpa intervensi tambahan. Ia memutuskan untuk melakukan perhitungan matematika dan menyampaikan temuannya kepada warga dan perangkat desa. Ia ingin menunjukkan bagaimana ilmu matematika bisa digunakan untuk memahami masalah lingkungan nyata.

Interpretasi

1 Apa saja informasi penting dari studi kasus narasi di atas yang dapat digunakan untuk membuat model matematika peluruhan!

Informasi penting yang didapatkan pada narasi di atas adalah:

- Nilai awal/ konsentrasi zat awal (n) = 80
- Laju perluruhan (a) = 0,5
- Periode peluruhan = 3 hari/siklus = x/3

Analisis

3 Berdasarkan narasi di atas, bagaimana model matematika yang paling sesuai untuk menggambarkan peluruhan zat ZC-91?

$$f(x) = n \times a^x \quad \text{dengan} \quad 0 < a < 1$$

Dengan:

n = Konsentrasi zat (80 mg/L)

a = pengurangan zat setiap 3 hari/siklus (0,5)

x = Periode peluruhan = 3 hari/siklus = x/3

Sehingga:

$$f(x) = 80 \times (0,5)^{\frac{x}{3}}$$

LIVEWORKSHEETS

Evaluasi

4 Kira-kira pada hari ke berapa konsentrasi zat ZC-91 akan mencapai 5 mg/L atau kurang?

hari yang dibutuhkan agar konsentrasi zat ZC-91 mencapai 5 mg/L atau kurang jika $f(x) \leqslant 5$

Sehingga:

$$f(x) = 80 \times (0,5)^{\frac{x}{3}}$$

$$5 = 80 \times (0,5)^{\frac{x}{3}}$$

$$\frac{5}{80} = (0,5)^{\frac{x}{3}}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{2}^{\frac{x}{3}}$$

$$\frac{1}{2}^{4} = \frac{1}{2}^{\frac{x}{3}}$$

$$4 = \frac{x}{3}$$

$$x = 4 \times 3$$

$$x = 12$$

Sehingga, konsentrasi zat ZC-91 akan mencapai mg/L atau kurang pada hari ke-12

LIVEWORKSHEETS

Inferensi

5 Apakah dalam 15 hari air Sungai Gading akan aman? Jelaskan alasanmu!

Dalam waktu 15 hari, zat ZC-91 telah berkurang cukup banyak dan konsentrasi air sungai sudah di bawah batas aman 5 mg/L, sehingga air Sungai Gading dapat dinyatakan aman untuk lingkungan.

LIVEWORKSHEETS

SOAL LATIHAN

STUDI KASUS 1

Seorang kreator konten pemula ingin mengembangkan akun media sosialnya. Pada awal bulan Januari, ia memiliki 100 pengikut. Setelah konsisten mengunggah konten menarik, ia menyadari bahwa jumlah pengikutnya cenderung bertambah pesat. Berdasarkan analisis data, jumlah pengikutnya dapat berlipat ganda setiap bulan. Kreator konten tersebut sangat termotivasi dan memiliki target untuk mencapai 800 pengikut agar ia bisa mulai menerima tawaran kolaborasi dari merek-merek kecil. Ia secara khusus ingin mendapatkan tawaran kolaborasi tersebut paling lambat pada bulan ke-2. Ia juga berencana untuk mengevaluasi progres akunnya pada akhir bulan ke-2 sejak Januari.

Interpretasi

1. Apa saja informasi penting yang dapat digunakan untuk menyusun model pertumbuhan eksponensial dari kasus di atas

   Jelaskan jawabnnmu pada kotak di bawah ini

Analisis

2. Bagaimana model pertumbuhan eksponensial yang paling tepat untuk menggambarkan pertumbuhan jumlah pengikut akun media sosial seorang kreator konten berdasarkan waktu dalam bulan.

   Isi kolom model peluruhan ini dengan tepat

$$f(x) = 100 \times 2^x$$

LIVEWORKSHEETS

Evaluasi

3 Pada bulan keberapa jumlah pengikut akun media sosial akan mencapai 800, sesuai dengan target kreator konten?

Isi kotak kosong di bawah ini

$$f(x) = 100 \times 2^x$$

$$800 = 100 \times 2^x$$

$$\frac{800}{100} = 2^x$$

$$8 = 2^x$$

$$x = 3$$

Maka jumlah pengikut akan mencapai 800 pada bulan ke (.....)

Inferensi

4 Apakah ia berhasil mendapatkan tawaran kolaborasi sesuai target waktu yang diinginkan (yaitu paling lambat bulan ke-2)? Jika tidak berhasil, pada bulan keberapa seharusnya ia mendapatkan tawaran kolaborasi tersebut agar target pengikut 800 tercapai

Jelaskan jawabnnmu pada kotak di bawah ini

LIVEWORKSHEETS

SOAL LATIHAN

STUDI KASUS 2

Seorang perajin kain tradisional menggunakan zat pewarna alami yang diketahui akan meluruh (memudar) secara eksponensial seiring waktu dan paparan cahaya. Setelah proses pewarnaan awal, kadar intensitas warna pada kain adalah 256 unit. Dari penelitian yang pernah dilakukan, diketahui bahwa intensitas warna akan berkurang 50% setiap 3 bulan. Perajin ingin memastikan bahwa intensitas warna pada kain tidak turun di bawah 32 unit, karena di bawah itu warna akan terlihat sangat pudar dan tidak layak jual. Seorang pelanggan ingin membeli kain yang sudah jadi dan menggunakannya selama 9 bulan.

Interpretasi

1 Apa saja informasi penting berikut ini yang dapat digunakan untuk menyusun model pertumbuhan eksponensial dari kasus di atas

Jelaskan jawabnmu pada kotak di bawah ini

YOU CAN DO IT

Analisis

2 Pilih model matematika peluruhan eksponensial yang menggambarkan intensitas warna pada kain berdasarkan waktu (dalam bulan)!

Isi kolom model peluruhan ini dengan tepat

$$f(x) = 256 \times 0,5^{\frac{x}{3}}$$

LIVEWORKSHEETS

Evaluasi

3 Berapakah waktu (dalam bulan) yang dibutuhkan agar intensitas warna pada kain turun menjadi kurang dari 32 unit?

Pilih yang sesuai pada kotak jawaban di bawah ini

$$f(x) = 100 \times 2^x$$

$$32 = 256 \times 0.5^{\frac{x}{3}}$$

$$\frac{32}{256} = 0.5^{\frac{x}{3}}$$

$$0,125 = 0.5^{\frac{x}{3}}$$

$$x = 9$$

Intensitas warna pada kain akan turun menjadi 32 unit tepat pada bulan ke(...). Jadi, akan turun menjadi kurang dari 32 unit setelah bulan ke (...).

Inferensi

4 Apakah kain masih layak jual (intensitas warna tidak di bawah 32 unit) jika pelanggan menggunakannya selama 9 bulan? Jika tidak layak, seha rusnya pelanggan menggunakan kain tersebut hingga bulan keberapa agar intensitas warnanya masih dianggap layak jual?

Jelaskan jawabnmu pada kotak di bawah ini

Congratulations!

Kalian telah berhasil menyelesaikan seluruh kegiatan dalam e-LKPD ini.

LIVEWORKSHEETS