

MODUL AJAR

BAB 2 : LIMIT

INFORMASI UMUM

A. IDENTITAS MODUL

Nama Penyusun	: Achmad Ilham Rusdy, S.Mat
Satuan Pendidikan	: SMA
Kelas / Fase	: XII (Duabelas) - F+
Mata Pelajaran	: Matematika Tingkat Lanjut
Prediksi Alokasi Waktu	: 2 JP (45 x2)
Tahun Penyusunan	: 2025

B. KOMPETENSI AWAL

Tradisi dan budaya di Indonesia sangatlah beragam. Tahukah kalian tentang Pacu Jawi? Pacu Jawi merupakan salah satu tradisi di Kabupaten Tanah Datar, Sumatra Barat, Indonesia. Pacu Jawi hampir sama dengan tradisi Karapan Sapi yang berasal dari Madura, Jawa Timur, Indonesia. Kesamaan dua kegiatan berbalut budaya tersebut melibatkan satu penunggang yang memacu sepasang sapi dengan kecepatan tinggi dan harus bergerak lurus kurang lebih 100 m di sawah. Selain dapat dilihat dari panjang lintasan antara Pacu Jawi dan Karapan Sapi, perbedaan dua tradisi ini dapat dilihat dari waktu dilaksanakan kegiatan tersebut, Karapan Sapi dilakukan pada sekitar bulan Agustus hingga Oktober, sedangkan Pacu Jawi dilaksanakan pada akhir panen padi.



Gambar Tradisi Pacu Jawi di Kabupaten Tanah Datar Sumatra Barat.

Penunggang Pacu Jawi atau penunggang Karapan Sapi (sering disebut dengan joki), perlu memperkirakan kecepatan yang tepat agar mampu mengendalikan arah laju sepasang sapi tersebut hingga dapat bergerak lurus. Oleh karena itu, terdapat batas atau limit kecepatan yang dapat ditoleransi oleh penunggang ketika mengendalikan laju sepasang sapi dalam tradisi Pacu Jawi dan Karapan Sapi. Menurut kalian, bagaimanakah cara memperkirakan batas atau limit kecepatan tersebut? Adakah suatu cara matematis untuk memperkirakan batas kecepatan tersebut? Limit secara bahasa dapat dimaknai dengan batas, mendekati sesuatu, atau teramat dekat tetapi tidak dapat menjangkaunya. Begitu juga pada matematika, konsep limit secara umum dapat dimaknai dengan batas. Limit merupakan

salah satu konsep matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan seperti yang terjadi pada Karapan Sapi dan Pacu Jawi.

Pada bab Limit akan membahas tentang limit fungsi aljabar dan limit fungsi trigonometri. Faktor penting dalam mempelajari limit adalah kalian harus memahami konsep dan definisi limit, termasuk sifat-sifat limit. Bagaimanakah menerapkan konsep dasar limit dalam menyelesaikan permasalahan? Adakah permasalahan bentuk lain yang dapat diselesaikan menggunakan konsep limit? Semua pertanyaan tersebut akan terjawab ketika kalian mempelajari materi pada bab ini.

C. PROFIL PELAJAR PANCASILA

Beriman, bertakwa kepada Tuhan yang maha Esa, bergotong royong, bernalar kritis, kreatif, inovatif, mandiri, berkebhinekaan global

D. SARANA DAN PRASARANA

- | | | |
|-----------------------|----------------------------|------------------------------|
| 1. Gawai | 4. Buku Teks | 7. Handout materi |
| 2. Laptop/Komputer PC | 5. Papan tulis/White Board | 8. Infokus/Proyektor/Pointer |
| 3. Akses Internet | 6. Lembar kerja | 9. Referensi yang mendukung |

E. TARGET PESERTA DIDIK

Peserta didik reguler/tipikal: umum, tidak ada kesulitan dalam mencerna dan memahami materi ajar.

F. MODEL PEMBELAJARAN

Blended learning melalui model pembelajaran dengan menggunakan *Project Based Learning* (PBL) terintegrasi pembelajaran berdiferensiasi berbasis *Social Emotional Learning* (SEL).

KOMPONEN INTI

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

- Menjelaskan konsep limit dan limit fungsi;
- Mengidentifikasi sifat-sifat limit fungsi;
- Menentukan nilai limit fungsi;
- Menentukan nilai limit fungsi di tak hingga;
- Menerapkan konsep dasar limit fungsi dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari.

B. PEMAHAMAN BERMAKNA

C. PERTANYAAN PEMANTIK

- Bagaimanakah menentukan limit fungsi?
- Bagaimanakah menerapkan sifat-sifat limit fungsi dalam menentukan nilai limit fungsi?
- Bagaimanakah menerapkan konsep dasar limit fungsi dalam menyelesaikan masalah sehari-hari?

D. KEGIATAN PEMBELAJARAN

PERTEMUAN KE-1

Definisi Limit Fungsi

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

Ayo Berdiskusi

Diskusikan dengan teman kalian untuk menjawab pertanyaan berikut:

1. Taksirlah besar kecepatan sapi saat kekuatan genggaman penunggang mendekati 39 Kg!
2. Apakah besar kecepatan sapi yang kalian taksir merupakan nilai yang tepat?
3. Apabila kecepatan sapi dinyatakan dalam sebuah fungsi $f(x)$ dengan x menyatakan kekuatan genggaman penunggang. Jika nilai x mendekat ke 39, maka nilai $f(x)$ akan mendekat ke kecepatan berapa?

Ayo Mencoba

Pada bagian ini, kalian dapat melengkapi jawaban Latihan Soal Terbimbing 2.1 dan 2.2 yang masih terbuka. Jawaban yang hilang ditulis dengan "...". Kegiatan ini bertujuan agar kalian dapat memahami konsep definisi limit.

Latihan Soal Terbimbing 2.1

Perkirakan nilai $\lim_{x \rightarrow 6} (3x - 1)$ dengan pemahaman intuitif!

Latihan Soal Terbimbing 2.2

Perkirakan nilai $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ dengan pemahaman intuitif!

Latihan Soal Terbimbing 2.3

Perkirakan nilai $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)(x^2 + 2)$ dengan pemahaman intuitif!

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-2

Sifat-Sifat Limit Fungsi

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusandalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

Ayo Berpikir Kritis

Berdasarkan kegiatan eksplorasi pada sifat-sifat limit, jika $f(x) = k$ dan $g(x) = x$ berapakah

nilai dari $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$, untuk c dan k anggota bilangan real?

Ayo Berpikir Kreatif

Bagaimana cara kalian menunjukkan Sifat 2.2 hingga Sifat 2.7? Buatlah kegiatan untuk menunjukkan sifat-sifat tersebut, berkolaborasi dengan teman kalian!

Ayo Mencoba

Pada bagian ini, kalian dapat melengkapi jawaban Latihan Soal Terbimbing 2.4 dan 2.5 yang masih terbuka. Jawaban yang hilang ditulis dengan "...". Kegiatan ini bertujuan agar kalian dapat memahami konsep sifat-sifat limit.

Latihan Soal Terbimbing 2.4

Dengan menggunakan sifat-sifat limit yang sudah kalian pelajari, tentukan nilai

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^3 + 8}{x\sqrt{3x}}}$$

Latihan Soal Terbimbing 2.5

Dengan menggunakan sifat-sifat limit yang sudah kalian pelajari, tentukan nilai

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6}{x^2 - 16x}$$

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-3

Limit Fungsi Aljabar

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusandalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

Latihan Soal Terbimbing 2.6

Dengan menggunakan sifat-sifat yang kalian pelajari pada bagian sebelumnya, tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - 5x^3 + x^2 - 7)$$

Latihan Soal Terbimbing 2.7

Dengan menggunakan sifat-sifat yang kalian pelajari pada bagian sebelumnya, tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 1) !$$

Latihan Soal Terbimbing 2.7

Dengan menggunakan sifat-sifat yang kalian pelajari pada bagian sebelumnya, tentukan

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 1) !$$

Ayo Berpikir Kritis

Bersama dengan kelompok kalian, bandingkanlah soal berikut:

1. Hasil yang telah kalian peroleh pada Latihan Soal Terbimbing 2.5 dengan nilai $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 16x + 28}$ untuk $x = 2$.
2. Hasil yang telah kalian peroleh pada Latihan Soal Terbimbing 2.6 dengan nilai $f(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 - 7$ untuk $x = 2$.
3. Hasil yang telah kalian peroleh pada Latihan Soal Terbimbing 2.7 dengan nilai $f(x) = x^2 - 2x + 1$ untuk $x = 1$.

Ayo Mengingat Kembali

Masih ingatkah kalian bagaimana menentukan kemiringan suatu garis lurus yang melalui dua buah titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$? Kemiringan garis yang melalui dua buah titik

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

tersebut dapat ditentukan menggunakan formula

Ayo Mengingat Kembali

Masih ingatkah kalian bentuk umum fungsi polinomial, rasional dan akar? Berikut ini merupakan **bentuk umum** fungsi-fungsi tersebut.

Fungsi polinomial

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, n adalah anggota bilangan cacah, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ anggota bilangan real.

Fungsi rasional

$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ dengan $P(x)$ dan $Q(x)$ fungsi polinomial dan $Q(x) \neq 0$.

Fungsi akar

tidak memiliki bentuk umum. Fungsi akar adalah yang memuat bentuk akar dari variabelnya yang dianggap sebagai fungsi akar.

Fungsi aljabar

terdiri dari tiga fungsi yang telah disebutkan di atas atau kombinasinya.

Ayo Mencoba

Pada bagian ini, kalian dapat melengkapi jawaban Latihan Soal Terbimbing 2.8 hingga 2.11 yang masih terbuka. Jawaban yang hilang ditulis dengan "...". Kegiatan ini bertujuan agar kalian dapat memahami konsep nilai limit fungsi aljabar.

Latihan Soal Terbimbing 2.8

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$!

Latihan Soal Terbimbing 2.9

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{x}$!

Latihan Soal Terbimbing 2.10

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2})$!

Latihan Soal Terbimbing 2.11

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4}{2x^2 + x + 1}$!

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-4

Limit Fungsi Trigonometri

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusandalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

Ayo Berpikir Kreatif

Dengan menggunakan hubungan yang telah kalian peroleh pada Ayo Bereksplorasi. Dapatkah kalian menunjukkan sifat-sifat limit fungsi trigonometri tersebut?

Ayo Mengingat Kembali

Pada materi nilai limit fungsi aljabar, jika diperoleh nilai limit tak tentu, maka dapat digunakan (a) kaidah sifat-sifat limit fungsi, (b) ubah fungsi dengan cara memfaktorkan, (c) ubah fungsi dengan cara mengalikan dengan sekawannya, atau (d) bagi dengan pangkat tertingginya. Pada nilai limit fungsi-fungsi trigonometri, selain kalian

menggunakan sifat-sifat limit fungsi aljabar, kalian juga harus mengingat kembali definisi sinus sudut, cosinus sudut, tangen sudut, dan identitas trigonometri.

Ayo Mencoba

Pada bagian ini, kalian dapat melengkapi jawaban Latihan Soal Terbimbing 2.12 hingga 2.14 yang masih terbuka. Jawaban yang hilang ditulis dengan "...". Kegiatan ini bertujuan agar kalian dapat memahami konsep nilai limit fungsi aljabar.

Latihan Soal Terbimbing 2.12

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + 2x}{\sin x + 2x}$!

Latihan Soal Terbimbing 2.13

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$!

Latihan Soal Terbimbing 2.14

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$!

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-5

Aplikasi Limit Fungsi

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusandalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

Ayo bereksplorasi

Tema : Mengumpulkan soal aplikasi limit fungsi

Tujuan : Mempelajari penerapan limit fungsi dalam berbagai bidang ilmu

Alat dan Bahan : Alat tulis, buku kerja, komputer, smartphone, dan teknologi lain.

Kegiatan :

1. Buatlah kelompok yang terdiri dari 4 – 5 orang.
2. Carilah 5 soal penerapan limit fungsi dari berbagai sumber.
3. Selesaikan soal tersebut dengan cara berkolaborasi, diskusi, dan kerja sama dengan kelompok.
4. Salin hasil penyelesaian di buku kerja kelompok.
5. Presentasikan strategi penyelesaian di depan kelas.
6. Evaluasi hasil kerja kelompok kalian berdasarkan persentasi yang telah dilakukan.
7. Simpulkan hasil evaluasi tersebut.

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

E. ASESMEN / PENILAIAN

Uji Kompetensi

1. Tentukan nilai dari:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(x+1) - \sqrt{10+2x}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 5)$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x-4} - \sqrt{9x-1}}{\sqrt{4x+5} - \sqrt{x-7}} \right)$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x^3 + 8x}{x+1} \right)^{\frac{1}{5}}$

2. Tentukan nilai dari:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{(x+1) - \sqrt{10+2x}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos x}{\sin 3x + \sin x}$

c. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \left(\frac{\tan\left(6x - \frac{3}{4}\pi\right)}{\tan\left(2x - \frac{1}{4}\pi\right)} \right)$

d. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\cos x - \cos a}{x - a} \right)$

3. Sebuah mobil bergerak dapat dinyatakan dengan suatu fungsi $S(t) = t^2 + 5t$ (s dalam meter dan t dalam detik). Tentukan kecepatan mobil pada $t = 2$ detik!
4. Suatu lembaga sensus diminta memprediksi kepadatan penduduk maksimal di sebuah kota dengan luas 100 km^2 . Lembaga menyatakan jumlah penduduk di kota tersebut

dalam bentuk fungsi estimasi $f(x) = 35.000 + x \sin \frac{40.000}{x}$ dengan x mewakili tahun. Berapakah kepadatan penduduk maksimal kota tersebut? Apakah kota tersebut layak dihuni hingga jangka panjang? Berikan alasannya! (Catatan: suatu kota dikatakan layak huni jika tingkat kepadatan penduduknya tidak lebih dari 500 penduduk per km^2).

5. Sejenis penyakit menular disebabkan oleh bakteri yang memiliki spesifikasi kerja menyerang paru-paru. Bakteri tersebut biasanya menyebabkan batuk hebat pada orang yang terinfeksi saat jumlah bakteri mencapai 4000. Misalkan jumlah bakteri

$$\frac{12000t}{15 + 2t}$$

dinyatakan sebagai fungsi $N(t) = \frac{12000t}{15 + 2t}$ dalam puluhan, dengan t menyatakan waktu membelah diri dalam jam.

- Berapakah jumlah maksimum bakteri tersebut selama ia hidup?
- Kapankah orang yang terinfeksi dapat berpotensi menularkan kepada orang lain?

F. PENGAYAAN DAN REMEDIAL

Pengayaan

Remedial

G. REFLEKSI GURU DAN PESERTA DIDIK

Dalam bab ini, kalian telah mempelajari konsep dasar limit dan bagaimana menggunakan konsep tersebut dalam menentukan nilai limit fungsi maupun untuk menyelesaikan masalah sehari-hari.

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L ?$$

- Apakah makna dari $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$?
- Bagaimanakah cara kalian menentukan nilai limit dari suatu fungsi di suatu titik?
- Bagaimanakah cara kalian menentukan nilai limit dari suatu fungsi di tak hingga?
- Berikan contoh permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan limit fungsi!

Lampiran 1

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Latihan Soal 2.1

1. Tentukan limit fungsi $f(x)$, dengan cara menentukan nilai-nilai fungsi di sekitar titik yang didekati
 - a. $f(x) = x^2 - 1$, jika x mendekati 0.
 - b. $f(x) = (x^2 - 4x)$, jika x mendekati 3.
2. Perkirakan nilai dari fungsi $f(x)$ berikut dengan menggunakan definisi intuitif

a. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 1)$.

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x - 2}$.

3. Suatu fungsi $f(x)$ ditentukan dengan aturan $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{untuk } x > 0 \\ \frac{1}{2}x, & \text{untuk } x \leq 0 \end{cases}$ Tentukan limit berikut ini dengan cara menentukan nilai-nilai fungsi $f(x)$ di sekitar titik yang di dekati

a. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

b. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Latihan Soal 2.2

Gunakanlah sifat-sifat limit yang sudah kalian pelajari untuk menyelesaikan soal berikut.

1. Tentukan nilai dari

a. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2)$

d. $\lim_{y \rightarrow 2} \sqrt{\frac{y^2}{2y^2 - 7y + 3}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} (6x(x - 3)(5x + 6))$

e. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\left(\sqrt{5x + 4} - \sqrt{16 - 7x} \right) \right)$

2. Jika $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$, tentukan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{1 + \sqrt{x+1}}$! !

3. Jika $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 2$, tentukan $\lim_{x \rightarrow 3} \left(g(x) \frac{-3}{\sqrt{x+3}} \right)$!

Latihan Soal 2.3

1. Tentukan nilai dari limit berikut

$$a. \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{x^3 - 7}{x - 3}}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 - 16}{x - 4}}$$

$$c. \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{(h-1)^3 + 1}{h} \right)$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x} \right)$$

2. Tentukan nilai limit berikut

$$a. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 7}{\sqrt{4x^2 + 3x}} \right)$$

$$b. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{2x - 2} \right)$$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x - x^2 + 6x^5 + 6}{3x^4 - 5 - 2x + 2x^5}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 4x - 3} - (2x - 5) \right)$$

3. Jika fungsi $f(x) = x + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2x}}$, tentukan $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$!

Latihan Soal 2.4

1. Tentukan nilai dari:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 6x} \quad b. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 7x + \tan 3x - \sin 5x}{\tan 9x - \tan 3x - \sin x} \right) \quad c. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2 + x}{\sin x} \right) \quad d. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos^2 x}{5x^2} \right)$$

2. Tentukan nilai dari

$$a. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} \quad b. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x - \pi}{\cos x} \right) \quad c. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sec^2 x}{\tan^2 x} \right) \quad d. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x} \right)$$

3. Tentukan nilai dari $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, untuk fungsi $f(x) = \sin 2x$.

4. Tunjukkan bahwa $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x} \right) = 1$

Latihan Soal 2.5

1. Seorang dokter melakukan pemeriksaan denyut nadi pada pasiennya yang baru saja sembuh dari penyakit jantung. Pemeriksaan tersebut dilakukan untuk mengetahui apakah pasien tersebut kemungkinan akan mengalami serangan jantung lagi atau tidak. Banyaknya denyut nadi pasien tersebut dihitung dengan mengikuti fungsi estimasi

$$f(x) = 85 + \frac{(x^2 + x - 2)\cos\left(\frac{1}{x-1}\right)}{x^2 - 2x + 1}$$

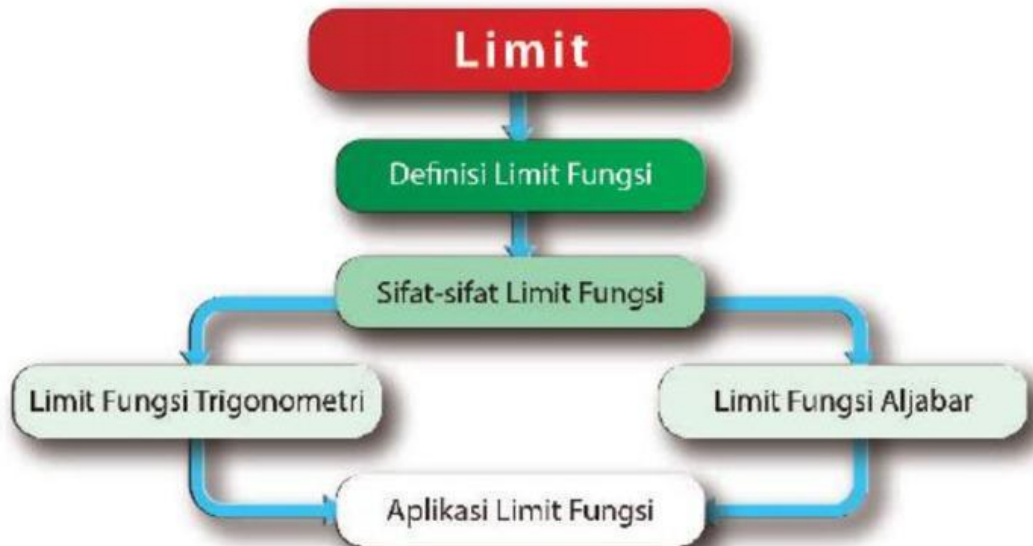
dengan x adalah waktu jantung berdetak. Apabila variabel yang menyebabkan penyakit jantung kambuh atau tidak hanya dilihat dari denyut nadi seseorang (standar denyut nadi manusia 60 sampai 100 kali per menit), apakah pasien tersebut berpeluang mengalami serangan jantung lagi? Berikan alasanmu!

2. Posisi suatu benda di udara yang jatuh dari ketinggian h_0 (dalam meter) dapat dinyatakan dengan persamaan $h(t) = h_0 - gt^2$ dengan $g = 10 \text{ m/s}^2$ merupakan percepatan gravitasi di tempat benda jatuh dan t (dalam detik) menyatakan lama benda telah berada di udara. Apabila suatu benda dijatuhkan dari ketinggian 250 meter dari permukaan tanah, tentukan setelah t detik benda ini berada pada ketinggian $h(t) = 250 - 10t^2$!

3. Jumlah penduduk kota A untuk t tahun dari sekarang ditaksir dan dinyatakan oleh fungsi berikut $f(t) = 50.000 + 10.000(t + 2)^2$. Berapa perkiraan jumlah penduduk kota A dalam waktu yang sangat lama di masa yang akan datang?

Lampiran 2

BAHAN BACAAN GURU DAN PESERTA DIDIK



Lampiran 3

GLOSARIUM

Limit	pendekatan.
Fungsi aljabar	fungsi yang terdiri dari fungsi polinomial, fungsi rasional, dan fungsi akar.
Fungsi trigonometri	fungsi yang terdiri dari bentuk trigonometri seperti sinus, cosinus, tangen dan sebagainya.

Lampiran 4

DAFTAR PUSTAKA

- Anggraena, Y., Valentino, E., & Utami, W. B. 2019. *Mozaik Matematika 2: Buku Pengayaan dan Penilaian SMA/MA kelas XI Program Wajib*. Yogyakarta: Yudhistira.
- Anggraena, Y., Valentino, E., & Utami, W. B. 2019. *Mozaik Matematika 3: Buku Pengayaan dan Penilaian SMA/MA kelas XI Program Wajib*. Yogyakarta: Yudhistira.
- Anggraena, Y., & Utami, W. B. 2019. *Mozaik Matematika SMA/MA kelas XII Peminatan MIPA*. Yogyakarta: Yudhistira.
- Ayers, F., & Ault. 1990. *Kalkulus edisi kedua* (Alih bahasa Lea Prasetyo). Jakarta: Erlangga.
- Baisuni, H. 2005. *Kalkulus*. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Danuri, M. 2008. *Pembelajaran Lingkaran SMA dengan Geometri Analitik*. Yogyakarta: P4TK Matematika.

- Diana, R., & Rory, R. 2019. *Estimasi Rata-Rata Lama Sekolah Tingkat Kecamatan Di Kabupaten Padang Pariaman Dengan Metode Empirical Best Linear Unbiased Predictor*. In Seminar Nasional Official Statistics (Vol. 2019, No. 1, pp. 110-116).
- Diana, R., & Rory, R. 2020. *Pemodelan Kasus Covid-19 Menggunakan Model Regresi Nonparametrik*. In Seminar Nasional Official Statistics (Vol. 2020, No. 1, pp. 108-115).
- Ekawati, A. 2016. *Penggunaan Software Geogebra dan Microsoft Mathematic dalam Pembelajaran Matematika*. Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika, 2(3), 148-153.
- Gunawan, H. 2015. *Lingkaran, Menguak Misteri Bilangan, Bangun Datar dan Bangun Ruang Terkait dengan Lingkaran*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Herhyanto, N., & Gantini, T. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya.
- Hogg, R. V., McKean, J., & Craig, A. T. 2005. *Introduction to mathematical statistics*. Pearson Education.
- Kadir. 2015. *Statistika Terapan*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2018. *Sejarah dan Filsafat Matematika*. Jakarta: Kementerian pendidikan dan kebudayaan.
- Leithold, L. 1988. *Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik* (alih bahasa Hutahaeon). Jakarta: Erlangga
- Lestari, I. 2018. *Pengembangan bahan ajar matematika dengan memanfaatkan GeoGebra untuk meningkatkan pemahaman konsep*. GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika, 1(1), 26-36.
- Mauladaniyati, R., & Widodo, S.A. 2020. *Geometri Analitik Ruang*. Yogyakarta: Matematika.
- Mursita, D. 2011. *Matematika untuk Perguruan Tinggi*. Bandung : Rekayasa Sains.
- Nursiyono, J.A., & Safitri, J. 2014. *Mengenai Integral Lebih Dekat*. Bogor : In Media.
- Pashaev, O. K., & Parlakgörür, T. 2017. *Apollonius Representation of Qubits*. arXiv preprint arXiv:1706.05399.
- Pinem, D. 2015. *Kalkulus untuk Perguruan Tinggi*. Bandung : Rekayasa Sains.
- Pradyumnati, R. M. tt. *Irisan Kerucut: Pengayaan Matematika SMA*. Lampung: UIN Raden Intan.
- Purcell, E.J. & Varberg, D. 2003. *Kakulus dan Geometri Analitik Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Rizki, N. A. 2018. *Geometri Analitik*. Samarinda: Universitas Mulawarman.
- Rory, R., & Diana, R. 2020. *Pemodelan Data Covid-19 Menggunakan Regresi Polinomial Lokal*. In Seminar Nasional Official Statistics (Vol. 2020, No. 1, pp. 91-98).
- Spiegel, M. R. 1996. *Statistika Edisi Kedua* (alih Bahasa I Nyoman Susila & Ellen Gunawan). Jakarta: Erlangga.
- Stewart, J. 2012. *Multivariable Calculus*. California: Brook Cole Cengage.
- Stewart, J. 2018. *Single Variable Calculus: Concepts and Contexts, Enhanced Edition*. California: Brook ColeCengage.
- Subanar. 2013. *Statistika Matematika*. Yogyakarta : Graha Ilmu.
- Sukmadewi, T.S. 2020. *Modul Matematika Umum Kelas XI KD 3.10*. Jakarta: Direktorat Jenderal PAUD, DIKDAS dan DIKMEN.
- Sukino. 2013. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI kelompok wajib semester 2*. Jakarta: Erlangga.
- Sukino. 2013. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI peminatan matematika dan Ilmu alam*. Jakarta: Erlangga.

- Suyitno, A. 2016. *Guru Pembelajar: Modul Matematika SMA Kelompok Kompetensi E*. Jakarta: Direktorat Jendral Guru dan Tenaga Kependidikan.
- Walpole, R. E. 1992. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Wardiman. 1982. *Hitung Integral*. Yogyakarta: Hanindita.
- Walpole, R. E. & Myers, R. H. 1986. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: ITB.
- Wiroidikromo, S. 2001. *Matematika Untuk SMA kelas XI*. Jakarta: Erlangga.
- Varberg, D., Purcell, E.J., & Rigbton, S. E. 2010. *Kakulus Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Yunita, A., & Hamdunah. 2017. *Modul Geometri Analitik*. Padang: Rumahkayu Pustaka Utama.

Kepala Sekolah



Bayu Sindu Aji, S.Pd

Sokaraja, 1 Juli 2025

Guru Mata Pelajaran

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Achmad Ilham Rusdy'.

Achmad Ilham Rusdy, S.Mat