

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

KOMPOSISI FUNGSI



OLEH:

ANIES WINANTI, S.Pd.Mat.

SMA DIPONEGORO 1 PURWOKERTO
2025

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas /Semester : XI/Ganjil
Alokasi Waktu : 2 x 40 Menit
Nama Anggota Kelompok :

1.
2.
3.
4.

TUJUAN PEMBELAJARAN:

1. Peserta didik menganalisis sifat-sifat komposisi fungsi dengan tepat.
2. Peserta didik dapat menentukan fungsi komposisi dari dua fungsi atau lebih dengan baik.
3. Peserta didik dapat memodelkan masalah yang terkait dengan fungsi komposisi dengan benar.
4. Peserta didik dapat menyelesaikan masalah terkait dengan fungsi komposisi dengan tepat.

LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN:

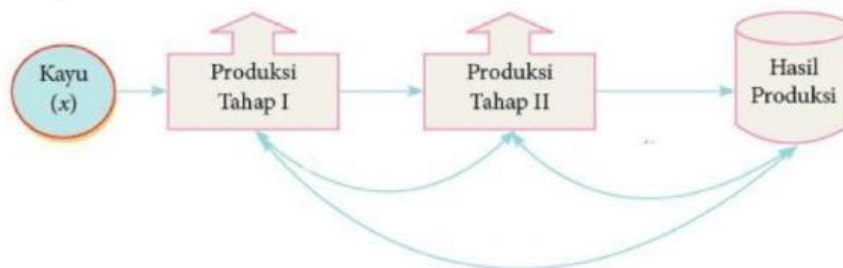
1. Isilah nama dan anggota kelompoknya pada tempat yang telah disediakan
2. Baca dan pahami pernyataan-pernyataan dari masalah yang disajikan dalam LKPD berikut, kemudian pikirkan kemungkinan jawabnya.
3. Silahkan melakukan diskusi kelompok terhadap tugas yang telah disajikan tersebut dan catatlah jawaban kalian pada tempat yang telah disediakan.
4. Jika terdapat masalah yang tidak dapat diselesaikan, tanyakan kepada guru.
5. Tugas dikerjakan selama maksimal 30 menit.
6. Setelah diskusi kelompok selesai, persiapkan untuk presentasi.

Masalah

Silahkan cermati masalah berikut:

Suatu pabrik kertas berbahan dasar kayu memproduksi kertas melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin I yang menghasilkan bahan kertas setengah jadi. Tahap kedua dengan menggunakan mesin II yang menghasilkan kertas. Dalam produksinya, mesin I menghasilkan bahan setengah jadi dengan mengikuti fungsi $f(x): x + 2$ dan mesin II mengikuti fungsi $g(x): x^2 - 3x$, dengan x merupakan bahan dasar kayu dalam satuan ton. Jika bahan kayu yang tersedia untuk satu produksi 150 ton, berapakah kertas yang dihasilkan? (kertas dalam satuan ton)

Petunjuk:



Tahap produksi kertas terdiri atas dua tahap. Hasil produksi dapat dihitung sebagai berikut

1. Rumus fungsi pada produksi tahap I adalah $f(x): x + 2$, maka tentukan jumlah produksi tahap I tersebut.

Untuk $x = \dots\dots\dots$
 $f(x) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
Jadi.....

2. Rumus fungsi pada produksi tahap II adalah $g(x): x^2 - 3x$, karena hasil produksi pada tahap I akan dilanjutkan pada produksi tahap II, maka hasil produksi tahap I menjadi bahan dasar produksi tahap II, maka tentukan jumlah produksi tahap II tersebut.

$g(x) = x^2 - 3x$
 $= (\dots\dots)^2 - \dots\dots(\dots\dots)$
 $= \dots\dots\dots - \dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
Hasil produksi tahap II adalah

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan cara yang berbeda sebagai berikut. Diketahui fungsi-fungsi produksi berikut:

$$f(x): x + 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$g(x): x^2 - 3x \dots\dots\dots (2)$$

Substitusikan persamaan (1) ke persamaan (2)

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= g(\dots\dots\dots) \\ &= (\dots\dots\dots)^2 - \dots\dots(\dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots^2 + \dots\dots + \dots\dots - \dots\dots - \dots\dots \\ &= \dots\dots^2 + \dots\dots - \dots\dots \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

Substitusikan $x = 150$ ke persamaan (3)

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= \dots\dots\dots^2 + \dots\dots - \dots\dots \\ g(\dots\dots\dots) &= (\dots\dots\dots)^2 + \dots\dots - \dots\dots \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots - \dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Berdasarkan informasi dari penyelesaian permasalahan tersebut, Apa yang dapat kalian simpulkan?

.....
.....

Nilai $g(f(x))$ merupakan nilai suatu fungsi yang disebut fungsi komposisi f dan g dalam x yang dilambangkan dengan $g \circ f$. Karena itu nilai $g \circ f$ di x maka dapat ditentukan dengan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

SIFAT-SIFAT KOMPOSISI

1. Diketahui 3 fungsi linier yang berbeda

$$f(x): 2x + 50.000$$

$$g(x): x + 25.000$$

$$h(x): \frac{1}{4}x + 6.250$$

a. SIFAT 1

Komposisi fungsi $(f \circ g)$ dan $(g \circ f)$ adalah :

$$\begin{aligned} \text{a. } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(\dots\dots + \dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots(\dots\dots + \dots\dots\dots) + \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \text{b. } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots\dots\dots\dots) \\ &= (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots\dots\dots\dots) + \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil tersebut apakah $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$?

Berdasarkan hasil penyelesaian diatas apakah komposisi fungsi berlaku sifat komutatif?

.....



b. SIFAT 2

Komposisi fungsi $((f \circ g) \circ h)$ dan $(f \circ (g \circ h))$ adalah

$$\begin{aligned} \text{a. } ((f \circ g) \circ h)(x) &= ((f \circ g)(h(x))) \\ &= ((f \circ g)\left(\frac{1}{4}x + \dots\dots\dots\right)) \\ &= \dots\left(\frac{1}{4}x + \dots\dots\dots\right) + \dots\dots\dots \\ &= \frac{1}{2}x + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (g \circ h)(x) &= g(h(x)) \\ &= g\left(\frac{1}{4}x + \dots\dots\dots\right) \\ &= \frac{1}{4}x + \dots\dots\dots \\ &= \frac{1}{4}x + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ h)) &= f((g \circ h)(x)) \\ &= f\left(\frac{1}{4}x + \dots\dots\dots\right) \\ &= \dots\left(\frac{1}{4}x + \dots\dots\dots\right) + \dots\dots\dots \\ &= \frac{1}{2}x \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil tersebut apakah $((f \circ g) \circ h) = (f \circ (g \circ h))$?

Berdasarkan hasil penyelesaian diatas apakah komposisi fungsi berlaku sifat asosiatif?



c. SIFAT 3

Misalkan I adalah fungsi pada himpunan bilangan real dengan $I(x) = x$

Komposisi fungsi $(f \circ I)$ dan $(I \circ f)$ adalah

$$\begin{aligned} \text{a. } (f \circ I)(x) &= f(I(x)) \\ &= f(x) \\ &= \dots\dots + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (I \circ f)(x) &= I(f(x)) \\ &= I(\dots\dots + \dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil tersebut apakah $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x)$?

Berdasarkan hasil penyelesaian diatas apakah komposisi fungsi berlaku sifat identitas?



Berdasarkan penyelesaian permasalahan tersebut, dapat disimpulkan bahwa sifat - sifat komposisi fungsi adalah:

-
.....
-
.....
-
.....