

Guía 10

Propiedades de las operaciones adición y sustracción de números enteros



En los números naturales se estudiaron las propiedades que cumple la adición y que no cumple la sustracción. En esta guía, reconocerás cuáles propiedades cumplen las operaciones adición y sustracción de números enteros.



Forma pareja con un compañero y respondan las siguientes preguntas.

1. ¿Recuerdan las propiedades que cumple la operación adición de números naturales? Mencíonenlas y den un ejemplo de cada una.
2. ¿Alguna de ellas se cumple en la operación sustracción de números naturales?

les? ¿Cuáles sí y cuáles no? Construyan ejemplos que ilustren porque no cumplen con la propiedad.

3. Asocien con una flecha el ejemplo de la columna de la izquierda con el nombre de la propiedad de la columna de la derecha. Los ejemplos y las propiedades corresponden a la adición de números naturales.

$16 + 7 = 7 + 16$

Modulativa

$34 + 12 = 46$

Clausurativa

$48 + 0 = 0 + 48$

Asociativa

$(4 + 9) + 13 = 4 + (9 + 13)$

Comutativa

4. ¿La adición de dos enteros cumplirá la propiedad comutativa? Den un ejemplo para argumentar sus respuestas.

5. ¿La adición de números enteros cumplirá la propiedad asociativa? Argumenten su respuesta dando varios ejemplos.



Representa geométricamente las siguientes adiciones de números enteros. Encuentra el resultado en cada caso:

$(-8) + (+5) =$

$(+5) + (-8) =$

$(+7) + (-5) =$

$(-5) + (+7) =$

$(-10) + (-6) =$

$(-6) + (-10) =$

- ¿Cómo son los resultados de las adiciones que tienen los mismos sumandos pero en diferente orden?
- Se parece a una propiedad que cumple la operación de los números naturales ¿Qué nombre recibe esa propiedad?

Propiedad conmutativa: La cumple la adición de los números enteros porque al alterar el orden de los sumandos el resultado no cambia.

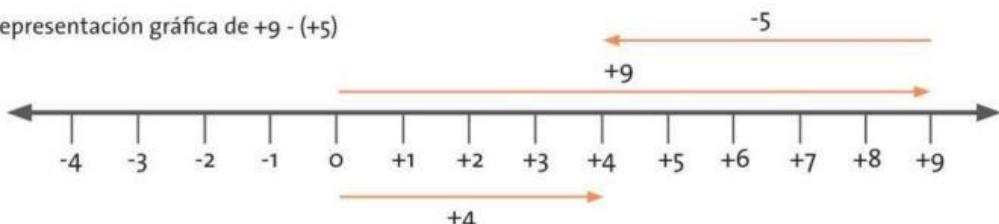
En la siguiente figura se ilustra la representación de la sustracción:

$$(+9) - (+5):$$

Al resolverla geométricamente se tiene:

$$(+9) - (+5) = (+9) + (-5) = (+4)$$

Representación gráfica de $+9 - (+5)$



- Calcula de manera geométrica y gráfica el valor de la diferencia de $(+5) - (+9)$.
- ¿Son iguales o distintos los valores de las diferencias?
- ¿La sustracción cumple la propiedad conmutativa? ¿Por qué?

La sustracción de los números enteros no cumple la propiedad conmutativa porque al alterar el orden de los términos el resultado sí cambia.

- Resuelve las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} &(+8) + (-9) + (-1) \\ &(-7) + (+11) + (+5) \end{aligned}$$

En cada caso, agrupa los dos primeros sumandos y el resultado obtenido le sumas el tercer sumando.

Puedes usar otra forma, agrupa el segundo y tercer sumando y calcula el resultado. Luego, usa ese resultado y súmalo con el primer sumando.

- ¿En ambos casos obtienes el mismo resultado?

La adición de los números enteros cumple la propiedad asociativa porque al agrupar los dos primeros sumandos o los dos últimos sumandos cuando la adición presenta tres sumandos, no se altera el resultado.

¿Qué sucederá con la sustracción de los números enteros? ¿Cumplirá la propiedad asociativa?

- Calcula el resultado de $(+18) - (+9) - (+12)$.

Vemos la necesidad de realizar dos sustracciones. Para ello, hay que agrupar de a dos para obtener un resultado y con ese realizar la siguiente sustracción.

- ¿No importa cómo agrupas obtendrás el mismo resultado?

- ¿Obtendrás el mismo resultado si agrupas así $[(+18) - (+9)] - (+12)$ que en esta otra forma $(+18) - [(+9) - (+12)]$? Comprueba la respuesta realizando los respectivos cálculos.

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad asociativa porque la forma como se agrupen los números si altera el resultado.

Analicemos otra propiedad de la adición de números enteros.

- Halla los resultados de las siguientes adiciones:

$$(-8) + 0 \qquad \qquad 0 + (-8)$$

$$7 + 0 \qquad \qquad 0 + (+7)$$

$$0 + (-11) \qquad \qquad (-11) + 0$$

- ¿Cómo son los resultados de las adiciones que tienen los mismos sumandos?

- Establece una relación entre los resultados de las adiciones y los sumandos.

¿Existe un valor igual o distinto entre los sumandos con el resultado?

La adición de números enteros cumple la propiedad modular porque al sumar un entero con el cero o el cero con el entero, siempre el resultado será ese entero.

La adición de cero a un número natural no modifica este último, por lo cual este número natural siempre va a ser nuestro resultado.

- ¿Qué sucederá con la sustracción de los números enteros? ¿Cumplirá la propiedad modulativa?

- Calcula el resultado de $0 - (+12)$. ¿Es el mismo que $(+12) - 0$?

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad modulativa porque al sustraer un entero del cero o sustraer el cero del entero el resultado es distinto.

¿Sabías que $0 = (-0) = (+0)$?

Investiga cuándo los matemáticos se pusieron de acuerdo en esta igualdad.

Analicemos otra propiedad de la adición de números enteros.

- Representa las siguientes adiciones y calcula el resultado:

a. $(-3) + (+3) =$

b. $(+5) + (-5) =$

c. $(-8) + (+8) =$

- ¿Cómo son los sumados?

- ¿Cómo son los resultados de las adiciones iguales o distintas?

La adición de los números enteros cumple la propiedad del opuesto aditivo porque al sumar un entero con su opuesto o enteros opuestos entre sí, el resultado siempre será cero.

- Determina con varios ejemplos qué sucede si se sustraen a un número entero su opuesto aditivo.

- ¿Cumple la sustracción la propiedad del inverso aditivo? ¿Por qué?

La sustracción de números enteros no cumple la propiedad del opuesto aditivo porque al sustraer un entero con su opuesto el resultado es distinto a cero.

Existe una propiedad que cumple tanto la operación adición como sustracción en los números enteros: la **propiedad clausurativa**. En ambas operaciones **siempre** obtienes como resultado un número entero.

Al adicionar a un número su opuesto, siempre se obtiene cero como resultado.



Ejercitemos lo aprendido

1. Asocia con una flecha el ejemplo de la columna de la izquierda con el nombre de la propiedad de la columna de la derecha. Los ejemplos y las propiedades corresponden a la adición de los números enteros.

$$(-5) + (+3) = (+3) + (-5)$$

Clausurativa

$$(-8) + 0 = 0 + (-8) = (-8)$$

Comutativa

$$(-2) + (+4) = (+2)$$

Asociativa

$$(+7) + (-7) = (-7) + (+7) = 0$$

Modulativa

$$[(+4) + (+3)] + (-2) = (+4) + [(+3) + (-2)]$$

Opuesto aditivo

2. Responde las preguntas.

- ¿Cuál es el opuesto aditivo de (+4)?
- ¿Cuál es el módulo de la adición en los números enteros, si se define módulo como aquel número que al adicionar un entero con él, se obtiene ese entero?
- ¿Qué propiedad se cumple en la expresión $(+4) + (+10) = (+10) + (+4)$?

3. Calcula y describe qué propiedad ejecutan en cada paso:

- $[(+1) + (-8)] + (+5)$
- $[(-2) + (+3)] - [(+9) - (+11)]$

4. Completen la tabla realizando en cada columna la operación solicitada

Registro de operaciones entre los números enteros

a	b	$a + b$	$b + a$	$a - b$	$b - a$
+6	-25				
+8	+18				
-10	-15				
-36	-29				
-12	+54				
+7	+43				
-268	-167				
+729	-248				
-1863	-515				

5. Completa la tabla. Marca cuando se cumple la propiedad ó con cuando no se cumple.

Registro de las propiedades de la adición de enteros

Propiedades	Operaciones con números enteros	
	Adición	Sustracción
Clausurativa		
Comutativa		
Asociativa		
Modulativa		
Opuesto aditivo		

6. Escribe que propiedad se utilizó en cada una de las siguientes expresiones:

- $(-40) + (+35) = (+35) + (-40)$
- $(-800) + 0 = 0 + (-800) = (-800)$
- $(-2000) + (+4000) = (+2000)$
- $(+58) + (-58) = (-58) + (+58) = 0$

7. Verifica si las operaciones están correctas o no. Justifica tu respuesta:

- a. $(+20)(-1 + 70) = -21 + 1400 = 1421$
- b. $-32 - 0 = -(32 + 0) = 0$
- c. $-(20+10-70)(+10) = (-20-10+70)(+10) = (-30+70)(10) = -300 + 700 = +400$
- d. $[(+32) + (+90)] + (-17) = (+90) + [(+32) + (-17)]$

8. Para el mantenimiento de un tanque de agua dedicado a la cría de truchas con capacidad de 2.390 litros de agua, se sacaron 1.200 litros; después se depositaron 2.000 litros. Una semana después se sacaron 3.190 litros. ¿Cuántos litros de agua contiene ahora el tanque?

9. Representa cada situación en una recta numérica y resuélvela.

- a. Un equipo de fútbol tiene 13 goles a favor y ocho en contra. ¿cuántos goles a favor o en contra; finalmente, tiene el equipo?
- b. Una región registró una temperatura de -10°C en la madrugada. Al mediodía la temperatura fue de $+7^{\circ}\text{C}$. ¿Cuántos grados centígrados ascendió o descendió la temperatura?

10. Un buzo se encontraba a 37 m bajo el nivel del mar. Ascendió 18 metros.

- a. ¿A qué nivel del mar se encuentra ahora el buzo?

11. Calcula los resultados de cada expresión. Compara los resultados de cada par de expresiones matemáticas y escribe el signo $<$, $>$ ó $=$ según corresponda.

- a. $(-8) + (-7) + (+12) \dots (-13) + (+5)$
- b. $[(+20) - (+34)] + (-12) \dots (-23) - [(-3) + (+15)]$
- c. $(+56) + (+45) + (-6) \dots (+12) + [(-1) - (-15)]$
- d. $(+25) + [(+32) - (-4)] \dots [(-8) + (-16)] - (+5)$