



Lembar Kerja Peserta Didik

LKPD

kegiatan 1

Invers & Determinan Matriks Ordo 3×3



Nama Anggota Kelompok

1.
2.
3.
4.
5.

INVERS MATRIKS ORDO 3×3

AYO MENGINGAT KEMBALI

Bagaimana cara menentukan invers matriks ordo 2×2 ?

Jawab:

Bagaimana cara menentukan invers matriks ordo 3×3 ? Apakah sama seperti menentukan determinan matriks ordo 2×2 ?

Jawab:

Ayo Mencoba

Tentukan invers matriks dari $Q = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$!

Jawab

✓ Menentukan Determinan

$$|Q| = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix}$$

$$\det Q = (... \times ...) - (... \times ...)$$

$$\det Q = \dots$$

AYO MENCOBALAGI

Diketahui sebuah matriks A dikenal sebagai berikut:

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Tentukan kebalikan dari matriks S di atas!

Jawab:

✓ Menentukan Determinan

$$\begin{aligned} |P| &= \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \\ &= [(\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots)] \\ &\quad - [(\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots)] \\ &= (\dots + \dots + \dots) - (\dots + \dots + \dots) \\ &= \dots - \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

✓ Menentukan Minor

$$M_{11} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots$$

Jadi Minor matriks S adalah

$$M = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

✓ Menentukan Kofaktor

$$Kof S = \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & - \end{bmatrix}$$

$$Kof S = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

✓ Menentukan adjoin

$$Adj S = Kof S^T$$

$$Adj S = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

✓ Menentukan Invers

$$S^{-1} = \frac{1}{\det s} \text{adj } s$$

$$S^{-1} = \frac{1}{\det s} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Jadi kebalikan dari matriks S adalah $S^{-1} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Ayo Menyimpulkan

1. Apabila matriks A berordo 3×3 , yaitu $= \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ maka determinan dari matriks A berordo 3×3 didefinisikan sebagai:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$|A| = \dots \dots \dots$$

2. Invers dari matriks A yang mempunyai ordo 3×3 adalah

$$A^{-1} = \dots \dots \dots$$



Lembar Kerja Peserta Didik

LKPD

kegiatan 2

Persamaan Matriks



Nama Anggota Kelompok

1.
2.
3.
4.
5.

Misalkan diketahui matriks A dan matriks B . Matriks A merupakan matriks persegi yang memiliki invers.

Jika $AX = B$, maka untuk menentukan matriks X adalah:

$$AX = B$$

$$\Leftrightarrow \cdots AX = \cdots B$$

$$\Leftrightarrow \cdots X = \cdots B$$

$$\Leftrightarrow X = \cdots B$$

Dengan cara yang sama, jika diketahui $XA = B$, untuk menentukan matriks X adalah:

$$XA = B$$

$$\Leftrightarrow X \cdots A = B \cdots$$

$$\Leftrightarrow XI = B \cdots$$

$$\Leftrightarrow X = B \cdots$$

Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Tentukan matriks X .

Penyelesaian:



Diketahui $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Jika x dan y memenuhi persamaan matriks. Tentukan nilai $x + y$.

Penyelesaian

Tentukan matriks X yang memenuhi persamaan berikut.

$$X \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & -19 \end{pmatrix}$$

Penyelesaian:



Lembar Kerja Peserta Didik

LKPD

kegiatan 3

Penyelesaian Masalah dengan Matriks



Nama Anggota Kelompok

1.
2.
3.
4.
5.

Permasalahan 1



Riska mempunyai teman luar jawa yang bernama Rani. Temannya ingin membeli makanan tradisional khas Semarang. Akhirnya, Riska mengajak temannya ke toko oleh-oleh khas Semarang. Rani membeli 5 bungkus wingko babat dan 3 bungkus lumpia dengan membayar Rp. 135.000,00 sedangkan Bu Ima membeli 3 bungkus wingko babat dan 5 bungkus lumpia di toko yang sama dengan membayar Rp. 145.000,00. Berapakah harga wingko babat dan lumpia per bungkus pada toko tersebut?

Penyelesaian

Dari permasalahan tersebut lakukan langkah-langkah berikut:

- ✓ Ubah Permasalahan tersebut kedalam bentuk SPLDV

- ✓ Ubah permasalahan ke dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \end{pmatrix}$$

- ✓ Penyelesaian:

- ❖ Menggunakan metode invers matriks

Menggunakan konsep $AX = B$ maka $X = A^{-1}B$

Maka dari langkah 2, diperoleh

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\dots - \dots} \begin{pmatrix} \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

❖ Menggunakan metode detreminan matriks

- Menentukan determinan utama

$$D = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

- Menentukan detreminan variabel x (D_x), yaitu determinan yang diperoleh dengan mengganti koefisien-koefisien variabel x dari determinan utama dengan bilangan-bilangan ruas kanan.

$$D_x = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

- Menentukan detreminan variabel y (D_y), yaitu determinan yang diperoleh dengan mengganti koefisien-koefisien variabel y dari determinan utama dengan bilangan-bilangan ruas kanan.

$$D_y = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix} = \dots - \dots = \dots$$

❖ Menentukan nilai x dan y

- Nilai x

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

- Nilai y

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

✓ Menentukan Kesimpulan

Jadi, harga masing-masing setiap bungkus wingko babat dan lumpia adalah

Wingko Babat = Rp ..

Lumpian = Rp ...

Permasalahan 2



Di suatu sekolah Semarang menggelar gelar karya jajanan tradisional Semarang. Sari sangat menyukai 3 jenis jajanan tradisional yaitu lapis legit, lumpia, dan getuk lindri sehingga ia selalu membeli jajanan tersebut. Pada hari pertama, Sari membeli 2 lapis legit, 2 lumpia, dan 1 kue putu ayu dengan harga Rp 13.000. Pada hari kedua, Sari membeli 1 lapis legit, 2 lumpia, dan 2 kue putu ayu dengan harga Rp 15.000. Sedangkan pada hari ketiga, ia membeli 3 lapis legit, 2 lumpia, dan 2 kue putu ayu dengan harga Rp 19.000. Pada hari Jum'at, Sari membawa uang saku Rp 50.000 dan harus membeli bensin pertalite 1,1 liter di pom bensin seharga Rp 10.000 saat pulang sekolah. Uang saku Sari yang bisa ia gunakan akan dipakai untuk membeli jajanan tradisional untuk diberikan kepada ibunya. Apa saja kemungkinan yang bisa dibeli oleh Sari dan berapa jumlahnya?

Penyelesaian

- **Melengkapi tabel**

Lengkapilah tabel di bawah ini kemudian ubahlah ke dalam bentuk matriks untuk menyelesaikan permasalahan di atas!

Hari	Banyak Lapis Legit	Banyak Lumpia	Banyak Kue Putu Ayu	Total Bayar

- **Mengubah ke dalam bentuk matriks**

Memisalkan:

Harga lapis legit = ...

Harga lumpia = ...

Harga kue putu ayu = ...

Maka dapat dibuat ke dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.000 \\ 15.000 \\ 19.000 \end{bmatrix}$$

- **Menyelesaikan dengan Metode Cramer**

Menentukan nilai deskriminan

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$D = (\dots \dots \dots) - (\dots \dots \dots) = \dots$$

i. Menentukan nilai x

$$x = \frac{D_x}{D} = \dots = \dots$$

$$\Rightarrow D_x = \begin{vmatrix} \dots & 2 & 1 \\ \dots & 2 & 2 \\ \dots & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$D_x = \dots$$

$$D_x = \dots$$

ii. Menentukan nilai y

$$y = \frac{D_y}{D} = \dots = \dots$$

$$\Rightarrow D_z = \begin{vmatrix} 2 & \dots & 1 \\ 1 & \dots & 2 \\ 3 & \dots & 2 \end{vmatrix}$$

$$D_y = \dots$$

$$D_y = \dots$$

iii. Menentukan nilai z

$$z = \frac{D_y}{D} = \dots = \dots$$

$$\rightarrow D_z = \begin{bmatrix} 2 & 1 & \dots\dots\dots \\ 1 & 2 & \dots\dots\dots \\ 3 & 2 & \dots\dots\dots \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & \dots\dots\dots \\ 1 & \dots\dots\dots \\ 3 & \dots\dots\dots \end{matrix}$$

$$D_z = \dots$$

$$D_z = \dots$$

- Menyelesaikan metode invers

- Menentukan Kesimpulan