



# E-LKPD

## PENERAPAN TURUNAN

Nilai Maksimum dan Minimum Fungsi

**Nama Anggota Kelompok**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.



Kelas XI

## Petunjuk Pengerjaan

1. Berdoalah sebelum belajar
2. Bentuklah kelompok belajar yang terdiri atas 3 - 5 orang
3. Isi nama lengkap setiap anggota kelompok pada kolom yang tersedia
4. Ikuti dan pahami setiap langkah pembelajaran
5. Cobalah untuk aktif berdiskusi dengan kelompokmu
6. Jika masih ada kesulitan, silahkan bertanya kepada guru.
7. Pantang menyerah. Terus semangat mencoba.
8. Semoga Sukses!



## Capaian Pembelajaran

Di akhir fase F+, peserta didik dapat memahami laju perubahan dan laju perubahan rata-rata, serta laju perubahan sesaat sebagai konsep kunci derivatif (turunan), baik secara geometris maupun aljabar. Mereka dapat menentukan turunan dari fungsi polinomial, eksponensial, dan trigonometri, dan **menerapkan derivatif (turunan) untuk membuat sketsa kurva, menghitung gradien dan menentukan persamaan garis singgung, menentukan kecepatan sesaat dan menyelesaikan soal optimasi.** Mereka dapat memahami integral, baik sebagai proses yang merupakan kebalikan dari derivatif (turunan) dan juga sebagai cara menghitung luas. Mereka memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif (turunan) dan integral.

## Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menimbang nilai optimasi (maks/min) suatu fungsi aljabar menggunakan konsep turunan untuk menyelesaikan permasalahan berorientasi prinsip sustainable development dengan benar
2. Peserta didik dapat menentukan nilai optimasi (maks/min) suatu fungsi aljabar menggunakan konsep turunan untuk menyelesaikan permasalahan berorientasi prinsip sutainable development dengan benar.

**Kata Kunci : LKPD elektronik,  
Penerapan Turunan, Nilai  
Maksimum, Nilai Minimum,  
Sustainable Development**

## Defenisi Turunan

Turunan fungsi  $f$  adalah  $f'$  (dibaca ef aksen) yang nilainya pada sebarang bilangan  $c$  adalah :

$$f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c + h) - f(c)}{h}$$

asalkan limit ini ada.

## Sifat-sifat Turunan

1.  $f(x) = a \rightarrow f'(x) = 0, a \in \mathbb{R}$ ,  
karena  $a$  merupakan konstanta
2.  $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
3.  $f(x) = ax^n \rightarrow f'(x) = an x^{n-1}$
4.  $f(x) = u(x) \pm v(x) \rightarrow f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$
5.  $f(x) = k.u(x) \rightarrow f'(x) = k.u'(x)$
6.  $f(x) = u(x).v(x) \rightarrow f'(x) = uv' + u'v$
7.  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
8.  $f(x) = (u(x))^n \rightarrow f'(x) = n.(u(x))^{n-1}.u'(x)$
9. **Aturan Rantai**, Jika  $u$  adalah fungsi dalam  $x$  dan  $y$ , dimana  $u$  terdiferensialkan maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

# Sustainable Development

Pembangunan berkelanjutan atau sustainable development adalah pembangunan untuk memenuhi kebutuhan generasi sekarang tanpa mengurangi kemampuan generasi yang akan datang.

Prinsip pembangunan berkelanjutan (sustainable development) mencakup berbagai aspek yang saling terkait, termasuk **lingkungan, ekonomi, dan sosial**.



# Masalah Kontekstual

## CONTOH



Biaya pengolahan sampah per hari (dalam juta rupiah) di Tempat Pengolahan Sampah (TPA) Terjun Medan tergantung pada banyaknya sampah  $x$  (dalam ribuan ton) yang diolah dan dapat dimodelkan dengan fungsi :

$$C(x) = 4x + \frac{16}{x}$$

Bantulah TPA Terjun menentukan besar biaya pengolahan sampah paling hemat!

## Apa yang diketahui?

Biaya pengolahan sampah per hari (dalam juta rupiah) tergantung pada banyaknya sampah  $x$  (dalam ribuan ton) dan dimodelkan dengan fungsi :

$$C(x) = 4x + \frac{16}{x}$$

## Apa yang ditanya?

Besar biaya pengolahan sampah paling hemat ?

## Strategi apa yang dapat kita gunakan ?

Biaya paling hemat = nilai minimum

Kita dapat menerapkan konsep turunan untuk mencari nilai minimum.

Langkah menentukan nilai minimum :

1. tentukan turunan pertama
2. tentukan nilai  $x$  saat  $y' = 0$
3. tentukan turunan kedua
4. uji nilai minimum/maksimum
  - a. jika turunan kedua lebih besar dari nol maka nilai minimum
  - b. jika turunan kedua lebih kecil dari nol maka nilai maksimum
5. tentukan nilai minimum

## Pemodelan Matematika

Fungsi biaya pengolahan sampah (dalam juta rupiah) :

$$C(x) = 4x + \frac{16}{x} = 4x + 16x^{-1}$$

### Mari jalankan strategi kita!

Langkah menentukan nilai minimum :

- tentukan turunan pertama

$$C'(x) = 4 + (-1)16x^{-1-1}$$

$$C'(x) = 4 - 16x^{-2}$$

- tentukan titik kritis

$$0 = 4 - \frac{16}{x^2}$$

$$-4 = -\frac{16}{x^2}$$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

## Diskusi dan Refleksi

- tentukan turunan kedua  
 $C''(x) = 0 - (-2)16x^{-2-1}$   
 $C''(x) = 32x^{-3}$
- uji nilai minimum/maksimum

$$C''(2) = \frac{32}{2^3} = \frac{32}{8} = 4 > 0$$

nilai minimum

- tentukan nilai minimum

$$C(2) = 4(2) + \frac{16}{2} = 8 + 8 = 16$$

### Refleksi!

1. Strategi yang dijalankan sudah tepat
2. Perhitungan sudah benar
3. Biaya pengolahan sampah minimum terjadi pada saat banyaknya sampah yang diolah sebanyak 2.000 ton
4. Besar biaya pengolahan sampah minimum adalah Rp. 16.000.000,-

# Masalah Kontekstual

## LATIHAN



Dari pembangkit listrik tenaga surya (PLTS) Atap Bungasari Flour Mills menghasilkan penghematan biaya listrik harian :

$$G(x) = 12x - 0,5x^2$$

dengan x adalah jumlah panel surya yang digunakan (dalam ratusan) dan G(x) dalam juta rupiah.

Tentukan biaya penghematan listrik terbesar PLTS Atap tersebut!

Apa yang diketahui?

$$G(x) = 12x - 0,5x^2$$

Apa yang ditanya?

Strategi apa yang dapat kita gunakan ?

Penghematan terbesar = nilai \_\_\_\_\_

Kita dapat menerapkan konsep \_\_\_\_\_

Langkah menentukan nilai  $G(x)$  terbesar :

## Pemodelan Matematika

$$G(x) = 12x - 0,5x^2$$

### Mari jalankan strategi kita!

Langkah menentukan nilai \_\_\_\_\_ :

- tentukan turunan pertama
- tentukan titik kritis

### Diskusi dan Refleksi

## Diskusi dan Refleksi

- tentukan turunan kedua
  - uji nilai minimum/maksimum
- nilai \_\_\_\_\_
- tentukan nilainya

### Refleksi!

1. Strategi yang dijalankan \_\_\_\_\_ tepat
2. Perhitungan \_\_\_\_\_ benar
3. Penghematan terbesar terjadi pada saat banyaknya panel surya  $x =$  \_\_\_\_\_
4. Besar penghematan biaya listrik \_\_\_\_\_ adalah \_\_\_\_\_ rupiah

# Penguatan Konsep

Prosedur menyelesaikan masalah optimasi suatu fungsi  $y = f(x)$  :

1. Cari turunan pertama dari  $y$ ,  
yaitu  $y' = f'(x)$
2. Samakan  $y'$  dengan 0 (nol), yaitu  
 $y' = 0$ . Selesaikan persamaan ini  
untuk mendapatkan nilai  $x$ .
3. Cari turunan kedua,  $y''$  dari  $y$ .
4. Masukkan nilai  $x$  ke  $y''$ . Jika  $y'' >$   
0 maka  $y$  bernilai minimum. Jika  
 $y'' < 0$  maka  $y$  bernilai  
maksimum
5. Hitung nilai minimum/  
maksimum dengan memasukkan  
nilai  $x$  ke fungsi  $y$  mula-mula.

**Apakah prosedur nya sudah benar ?**



14