

Bài toán 1.1. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)

Cho a, b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2025}$.

- ① Tính giá trị của b biết $a = 2026$.
- ② Chứng minh rằng $\frac{a\sqrt{a-2025} - b\sqrt{b-2025}}{a-b} = \sqrt{a+b}$.

Bài toán 1.2. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 30 cm. Trên cạnh AB lấy các điểm M và R sao cho $AM = MR = RB$. Bạn Lan lấy một sợi dây từ điểm M đi qua các cạnh $A'B', C'D', CD$ lần lượt tại các điểm N, P, Q . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $MN + NP + PQ + QR$.

Bài toán 1.3. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và C là điểm chính giữa cung AB . Trên cung nhỏ AC lấy điểm M bất kì. Đường thẳng AC cắt BM tại H . Gọi K là hình chiếu của H lên AB .

- ① Chứng minh rằng bốn điểm A, H, M, K và B, H, C, K cùng thuộc một đường tròn.
- ② Chứng minh rằng KH là phân giác của góc $\angle MKC$.
- ③ Chứng minh rằng MK luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên cung nhỏ AC .

Bài toán 1.4. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)

- ① Cho 2024 số thực $x_1, x_2, \dots, x_{2024}$ nhận giá trị bằng $25 - \sqrt{26}$ hoặc $25 + \sqrt{26}$. Hỏi giá trị của biểu thức A nhận bao nhiêu giá trị nguyên khác nhau, biết rằng $A = x_1x_2 + x_3x_4 + \dots + x_{2023}x_{2024}$?
- ② Cho đường tròn tâm O bán kính bằng 8. Trong đường tròn (O) lấy điểm P cố định sao cho $OP = 5$. Lấy dây AB đi qua điểm P sao cho diện tích của tam giác OAB là số nguyên dương. Tính xác suất để chọn được dây AB sao cho diện tích tam giác OAB là số chẵn.