Guía 13

Variación proporcional directa

Aprendamos algo nuevo

En la actividad de registrar los tiempos, sobre cuánto se demora en recorrer un trayecto, se suelen relacionar dos magnitudes: distancia y tiempo.

Al comparar la cantidad de vueltas y el tiempo empleado, se deduce que, entre más vueltas tengan que dar alrededor del patio, mayor es el tiempo que se requiere. Es decir que, en este caso, el tiempo **depende** de la cantidad de vueltas que se dan en la bicicleta.

Las magnitudes distancia y tiempo son **dependientes.**

Dos magnitudes son dependientes porque al cambiar una se cambia la otra; y esos cambios ocurren simultáneamente. Algunas veces sucede que si al aumentar una de ellas, aumenta la otra; si al disminuir una de ellas, la otra también disminuye; o si una aumenta la otra disminuye.
En estos casos, se dice que las magnitudes están correlacionadas.

Un carro, con velocidad promedio, recorre 80 kilómetros en una hora. Hilda anotó en una tabla la siguiente información.

Distancia recorrida contra tiempo

Tiempo (horas)	Distancia (Km)
1	80
2	160
3	240
4	320
5	400
6	480

• ¿Qué sucede con la distancia a medida que va aumentando el tiempo?

• Analicen :
Si la razón $\frac{1}{2}$ que se establece entre los datos de la magnitud tiempo y la razón $\frac{80}{60}$ que se establece entre los datos de la magnitud distancia:

»» ¿Se puede afirmar que con esas razones se puede determinar una proporción?
»» ¿Es cierta la proporción $\frac{1}{3} = \frac{8}{240} =$?

LIVEWORKSHEETS

»» Escriban otras cinco razones de la forma a b de tal forma que se establezca una razón entre datos del tiempo; y otra con los datos de distancia.

»» Establezcan con esas razones proporciones.

Existen otro tipo de razones que se pueden establecer entre un dato de una magnitud con respecto a la otra magnitud.

En el caso que estamos estudiando se pueden establecer una razón entre la distancia recorrida y el tiempo, como las siguientes:

$$\frac{80}{1}, \quad \frac{160}{2}, \quad \frac{240}{3}, \quad \frac{320}{4}, \quad \frac{400}{5}, \quad \frac{480}{6}$$

Si calculamos los cocientes, encontramos que

$$\frac{80}{1} = 80 \qquad \frac{160}{2} = 80 \qquad \frac{240}{3} = 80$$

$$\frac{320}{4} = 80 \qquad \frac{400}{5} = 80 \qquad \frac{480}{6} = 80$$

Todos los valores de los cocientes son 80. Es decir que corresponde a la razón 80 Km es a 1 hora que se escribe 80 Km/h.

Igualmente podemos afirmar que con las razones podemos establecer proporciones.
Como podemos establecer proporciones entre cada uno de los datos se afirma que las **magnitudes son proporcionales**.

El valor de ese cociente es conocido como **constante de proporcionalidad**.

Si el cociente entre las razones de dos magnitudes dependientes es constante, se dice que las magnitudes son directamente proporcionales.

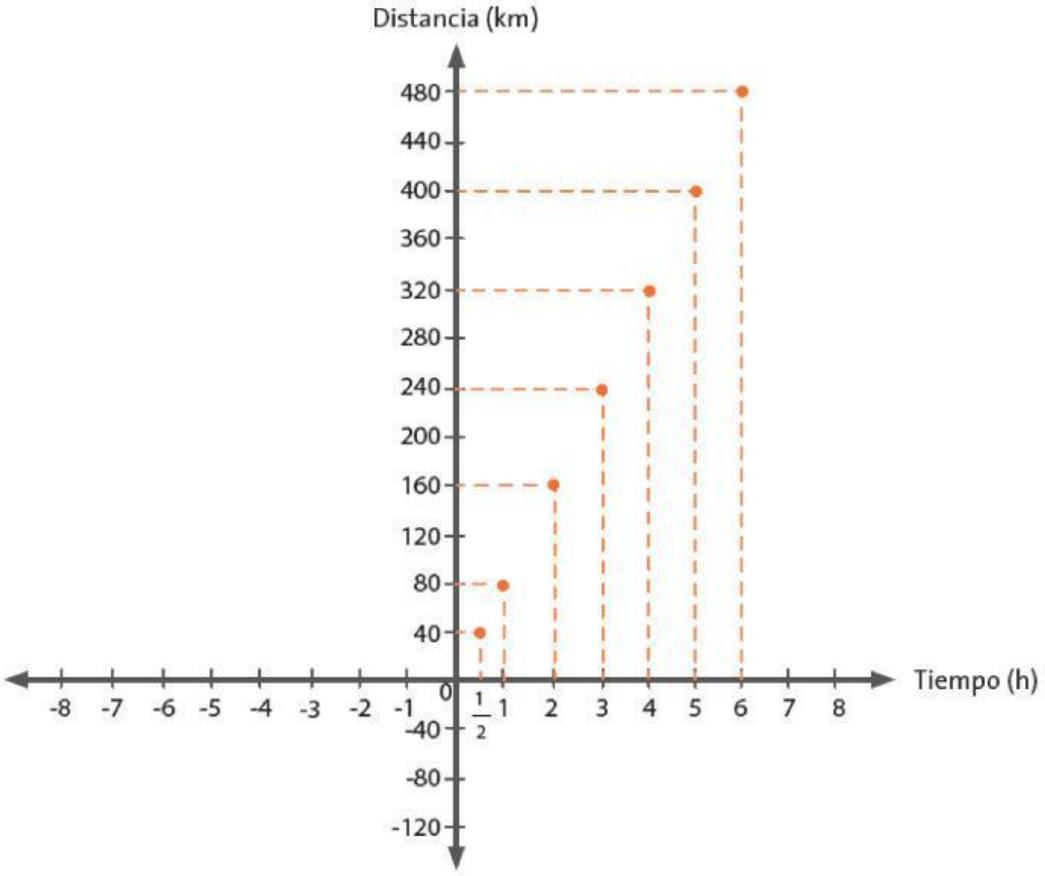
El valor de ese cociente se denomina constante de proporcionalidad.

Veamos cómo representar en un plano cartesiano los datos que anotó Hilda en la tabla.

Representación cartesiana de datos

Como se observa en la siguiente figura, los puntos están alineados y definen una recta que pasa por el punto (0,0).

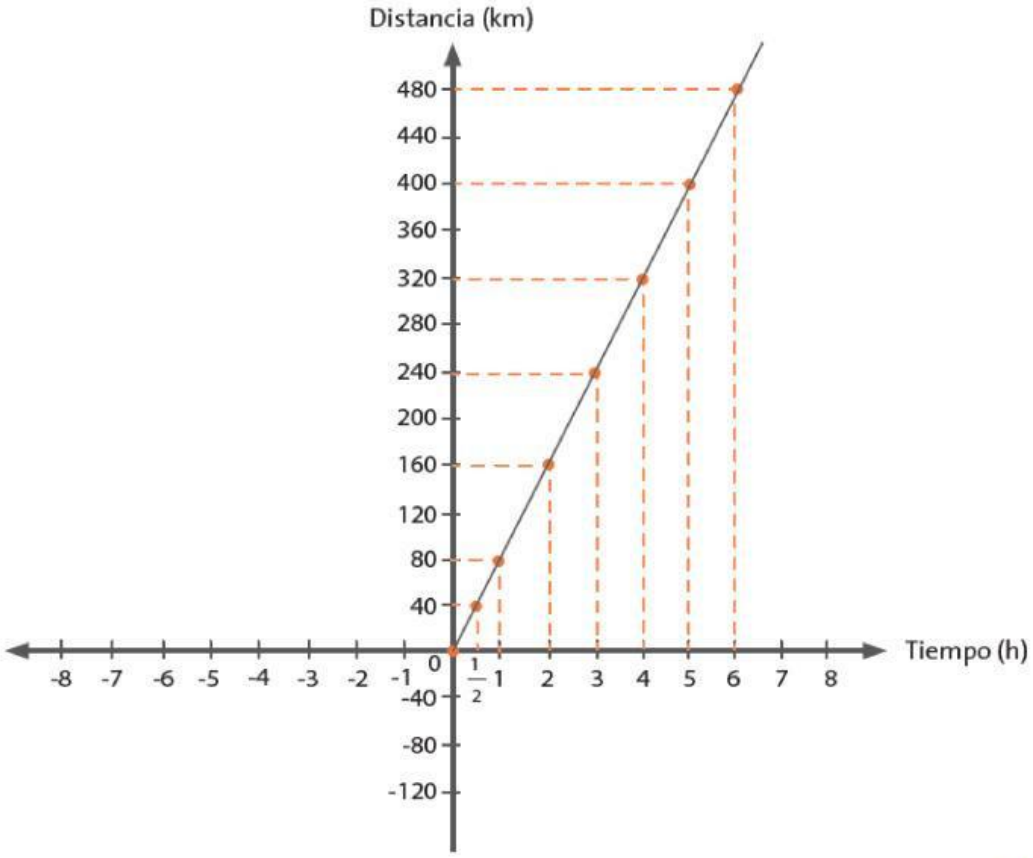
LIVEWORKSHEETS



• ¿Será correcto unir los puntos con una recta para representar la situación si sólo tengo esos puntos? Responde en tu cuaderno.

• No en todas las gráficas de situaciones de relación entre magnitudes se pueden unir los puntos para formar una recta. Siempre se debe analizar la continuidad de las magnitudes para poder trazar la recta. En este caso tanto la magnitud tiempo como la magnitud distancia son magnitudes continuas.

Por esa razón, la gráfica que representa la situación es la siguiente:



Con la gráfica podemos observar que la recta nos muestra cómo se correlacionan las magnitudes involucradas en la situación. Además, podemos inferir otros valores que no se establecieron en la tabla.

• ¿Qué distancia recorre el carro en el transcurso de media hora?

• ¿Qué distancia recorre el carro en el transcurso de tres horas y cuarto?

LIVEWORKSHEETS

• ¿Qué distancia recorre el carro en el transcurso de 4 horas y 20 minutos?

• ¿Qué distancia recorre el carro en el transcurso de ocho horas?

En guías anteriores se trató el método funcional que consistía en hallar una razón que permite a través de una multiplicación de este valor con el valor de una magnitud encontrar el valor correspondiente en la otra magnitud. Esa razón es el mismo valor de la constante de proporcionalidad.

Analicemos las relaciones que existen entre las coordenadas o valores correspondientes de la tabla desde el método funcional.

Factor calculado en la relación entre tiempo y distancia

Tiempo (horas)		Distancia (Km)
1	x 80 →	80
2	x 80 →	160
3	x 80 →	240

Realmente 80 está representando la razón 80 km por cada hora.

• Para el caso de 1 hora, se tendría:

$$1\ h \times \frac{80\ Km}{h} = 80\ km$$

• Para el caso de 2 horas, se tendría:

$$2\ h \times \frac{80\ Km}{h} = 160\ km$$

• Para el caso de 3 horas, se tendría:

$$3\ h \times \frac{80\ Km}{h} = 240\ km$$

• Para el caso de 4 horas, se tendría:

$$4\ h \times \frac{80\ Km}{h} = 320\ km$$

• Revisemos qué es lo que se hace cada caso y qué cambia en cada uno de ellos:

En todos los casos encontramos una multiplicación cuyo factor fijo es (80 km/h). Lo que cambia por cada caso, es que ese factor 80 se multiplica por el número de horas y al resolver la multiplicación, el producto es la distancia correspondiente a esa hora. Lo que nos permite expresar simbólicamente así:

LIVEWORKSHEETS

Distancia = (80) x tiempo

Sea "*d*" distancia y "*t*" tiempo, entonces tenemos que esa expresión se puede simbolizar como:

$$\boldsymbol{d} = 80\,\boldsymbol{t}$$ donde ***t*** está en horas y ***d*** en Kilómetros

Cuando expresamos la relación de las magnitudes a través de una fórmula es posible encontrar cualquier dato.

Por ejemplo, si queremos saber cuánto ha recorrido el carro en 8 horas, lo que hacemos es reemplazar y hacer los cálculos correspondientes en la fórmula.

$$d = 80\,t$$
$$d = 80(8)$$
$$d = 640$$

La distancia recorrida en 8 horas es 640 km, expresado como pareja ordenada sería (8, 640)

- Usen la fórmula para hallar los valores de las distancias correspondientes a 20 horas, 30 horas y 2 horas y media.

La constante de proporcionalidad *k*, se deduce de la variación directamente proporcional que existe entre las magnitudes *x*, *y*, cuando el cociente $\frac{x}{y} = k$; ; para todos los valores de cada magnitud.

1. Analiza y determina qué magnitudes son dependientes. Justifica tus respuestas.

»» El peso y el precio.

»» La estatura y la edad.

»» La velocidad y la distancia.

»» El número de galletas y el costo.

»» Las horas de sueño al día y la edad.

»» El área del terreno a trabajar y la cantidad de trabajadores.

2. Responde las siguientes preguntas.

»» ¿Cuándo una magnitud depende de otra?

»» ¿Qué es la constante de proporcionalidad?

LIVEWORKSHEETS

»» ¿Las magnitudes número de galones de gasolina y kilómetros recorridos son directamente proporcionales? ¿Por qué?

Analiza cada situación representada en las siguientes tablas e indica si las magnitudes que se relacionan son directamente proporcionales.

Costo por número de naranjas

Número de naranjas	4	8	12	16	20	24
Costo ($)	900	1800	2700	3600	4500	5400

Tiempo por número de vueltas

Número de vueltas	1	2	3	5	8	10	15
Tiempo (s)	20	40	60	80	100	120	140

Tiempo para realizar un trabajo por número de trabajadores

Número de trabajadores	1	2	3	4	6
Número de días para realizar una obra	46	23	15	12	7

3. Realiza en tu cuaderno las gráficas correspondientes a las tablas anteriores.

4. Determina la fórmula correspondiente a cada una de las tablas anteriores.

5. La cantidad de gasolina que consume una lancha viajando a velocidad constante, varía directamente con la distancia recorrida. La lancha gasta 10 galones en recorrer 125 kilómetros.

Distancia recorrida por galón de gasolina

Número de galones	0	5	10	15	20
Distancia (Km)	0	62,5	125	187,5	250



- Elabora una gráfica en tu cuaderno que represente la relación entre las magnitudes número de galones y distancia recorrida.

- Determinen la fórmula para calcular el valor de la distancia a partir del número de galones.

LIVEWORKSHEETS

- ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que hay en la fórmula?

- Con la fórmula calcula los valores de las distancias correspondientes a:

  a. 2 galones

  b. 6 galones

  c. 100 galones

LIVEWORKSHEETS