

E-LKPD

MATEMATIKA

Vektor

Nama :

Kelas :

Sekolah :

XI
SEMESTER
GENAP

Creat by :Risma Amalia Illahi

E-LKPD 5

VEKTOR DI RUANG R^3

Tujuan Pembelajaran (TP)
Menentukan Proyeksi Ortogonal Suatu Vektor

Indikator Pencapaian

1. Peserta didik dapat memahami vektor kolom, vektor baris, dan vektor basis
2. Peserta didik dapat menentukan operasi Aljabar vektor di Ruang (R^3)
3. Peserta didik dapat menentukan Panjang vektor di Ruang (R^3)
4. Peserta didik dapat memahami vektor satuan di Ruang (R^3)

VEKTOR DI RUANG (R^3)



Sekilas Materi

Vektor kolom, vektor baris, dan vektor basis

- Vektor $\vec{a}$ dapat disajikan dalam bentuk pasangan bilangan terurut $\begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix}$ atau ditulis sebagai $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix}$ yang dinamakan dengan vektor kolom.
- Vektor $\vec{a}$ dapat disajikan dalam bentuk pasangan bilangan terurut (x_a, y_a, z_a) atau ditulis sebagai $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ yang dinamakan dengan vektor baris.
- Vektor basis adalah vektor yang panjangnya satu satuan dan arahnya searah dengan sumbu koordinat.

Vektor Satuan di Ruang (R^3)

Misalkan $\vec{a} = (x, y, z)$ bukan vektor Nol, vektor satuan dari $\vec{a}$ disimbolkan dengan $e_{\vec{a}}$ atau $\hat{a}$. Vektor $e_{\vec{a}}$ searah dengan vektor $\vec{a}$ dan panjangnya sama dengan satu satuan.
$$e_{\vec{a}} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} \text{ atau } \hat{a} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

Untuk Lebih Jelasnya Teman Teman dapat menonton Video pembelajaran berikut ya...



Operasi Vektor di Ruang (R^3)

Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$, maka:

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z_1 + z_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \vec{b} \leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, \text{ dan } z_1 = z_2$$

$$k\vec{a} = k \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_1 \\ ky_1 \\ kz_1 \end{pmatrix}, \text{ dengan } k \text{ sebuah konstanta}$$

Panjang Vektor di Ruang (R^3)

Panjang vektor $\vec{a} = (x, y, z)$ ditulis dengan $|\vec{a}|$. Ditentukan dengan rumus

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Jika titik pangkal vektor bukan di $(0, 0, 0)$, misalkan vektor $\overrightarrow{AB}$ dengan $A(x_a, y_a, z_a)$ dan $B(x_b, y_b, z_b)$ maka:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}$$

VEKTOR DI RUANG (R^3)



Ayo Pahami Permasalahan

Masalah 1

Dina sedang membantu pamannya membuat rancangan taman di halaman rumah. Ia menggunakan titik-titik di ruang tiga dimensi untuk menentukan posisi beberapa pohon. Ia sudah menentukan posisi pohon A di titik $A(-1,2,3)$ dan pohon B di titik $B(2,1,5)$. Untuk menjaga keindahan taman, Dina ingin menanam pohon C di titik $C(5,x,y)$ dengan syarat arah dari pohon A ke B harus searah (segaris dan sebanding) dengan arah dari pohon A ke C. Jika arah dari A ke B merupakan kelipatan dari arah A ke C, berapakah selisih antara nilai x dan y ?

Ayo Pahami Masalah

Diketahui :

$$A = (\square, \square, \square)$$

$$B = (\square, \square, \square)$$

$$C = (\square, \square, \square)$$

Ditanyakan :

$$\square - \square$$

Lanjutannya ke
Bawahh ya..

Ayo Selesaikan Masalah

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$$
$$\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} = k \left[\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} \right]$$

$$\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ k(\square - \square) \\ k(\square - \square) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ k(\square - \square) \\ k(\square - \square) \end{pmatrix}$$

- $3 = 6k$

$$k = \frac{\square}{\square}$$

- $-1 = k(x - 2)$

$$-1 = \frac{\square}{\square} (\square - \square)$$

$$-2 = (\square - \square)$$

$$x = \square$$

VEKTOR DI RUANG (R^3)

- $2 = k(\square - \square)$
 $2 = \frac{\square}{\square} (\square - \square)$
 $4 = (\square - \square)$
 $7 = \square$
- $x - y = \square - \square = \square$

Ayo Periksa Kembali Hasil

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan diperoleh hasil

$$x - y = \square - \square = \square$$

Masalah 3

Diketahui Segitiga ABC dengan A (1,3,-1), B (3,5,0) dan C (-1,4,1). Tunjukkanlah bahwa segitiga ABC sama kaki

Ayo Rencanakan Pemecahan

- Menghitung nilai $|\overrightarrow{AB}|$
- Menghitung nilai $|\overrightarrow{BC}|$
- Menghitung nilai $|\overrightarrow{AC}|$

Ayo Pahami Masalah

Diketahui :

$$A = (\square, \square, \square)$$

$$B = (\square, \square, \square)$$

$$C = (\square, \square, \square)$$

Ditanyakan:

Lanjutannya ke
Bawahh ya..

Ayo Selesaikan Masalah

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{AB}| &= \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2} \\ &= \sqrt{(\square - \square)^2 + (\square - \square)^2 + (\square - \square)^2} \\ &= \sqrt{(\square)^2 + (\square)^2 + (\square)^2} \\ &= \sqrt{\square} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{BC}| &= \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2 + (z_c - z_b)^2} \\ &= \sqrt{(\square - \square)^2 + (\square - \square)^2 + (\square - \square)^2} \\ &= \sqrt{(\square)^2 + (\square)^2 + (\square)^2} \\ &= \sqrt{\square} \end{aligned}$$

VEKTOR DI RUANG (R^3)

$$\begin{aligned} |\vec{AC}| &= \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2 + (z_c - z_a)^2} \\ &= \sqrt{(\square - \square)^2 + (\square - \square)^2 + (\square - \square)^2} \\ &= \sqrt{(\square)^2 + (\square)^2 + (\square)^2} \\ &= \sqrt{\square} = \square \end{aligned}$$

Ayo Periksa Kembali Hasil

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan diperoleh hasil bahwa:

- Nilai $|\vec{AB}| = \square$
- Nilai $|\vec{BC}| = \square$
- Nilai $|\vec{AC}| = \square$

Karena $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$ maka segitiga ABC Sama kaki.



Ayo Berlatih

Untuk soal No. 1 Pasangkan titik pada vektor berikut:

1. Diketahui titik A (3,6,1) dan B (-2,2,0). Tentukan vektor $\vec{BA}$ dalam bentuk vektor kolom, vektor baris, dan vektor basis

Vektor Kolom

$(5, 4, 1)$

Vektor Baris

$(3, 6, 1)$

Vektor Basis

$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$