

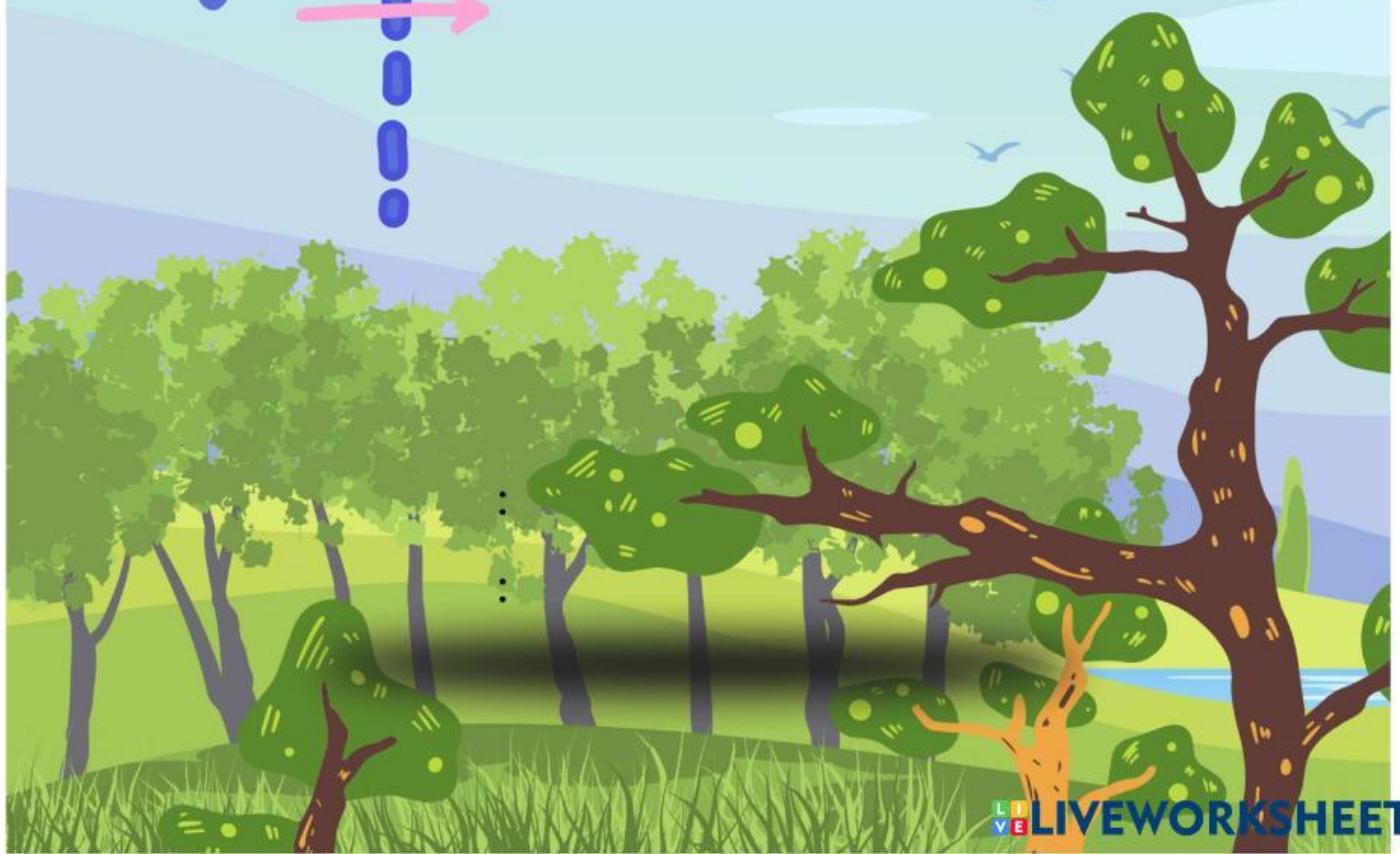
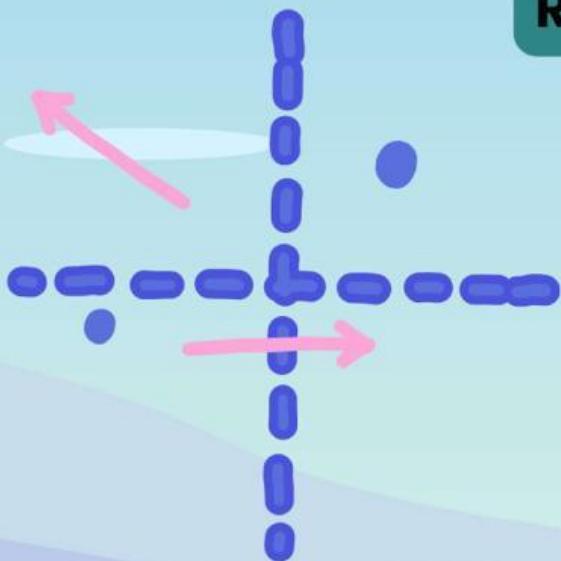


Kurikulum
Merdeka

LKPD

Lembar Kegiatan Peserta
Didik

ROTASI





Capaian Pembelajaran:

Pada akhir fase F, peserta didik dapat menyelesaikan masalah terkait polinomial, melakukan operasi aljabar pada matriks dan menerapkannya dalam transformasi geometri. Mereka dapat menyatakan vektor pada bidang datar, melakukan operasi aljabar pada vektor dan menggunakan-nya pada pembuktian geometris. Mereka dapat mengenal berbagai fungsi dan menggunakan-nya untuk memodelkan fenomena, serta menyatakan sifat-sifat geometri dengan persamaan pada sistem koordinat. Mereka dapat mengevaluasi hasil keputusan dengan menggunakan distribusi peluang dengan menghitung nilai yang diharapkan, dan juga dapat menerapkan konsep dasar kalkulus di dalam konteks pemecahan masalah aplikasi dalam berbagai bidang.

Tujuan Pembelajaran:

Setelah diskusi kelompok siswa diharapakan dapat:

1. Menentukan sifat-sifat rotasi dengan benar
2. Menentukan hasil rotasi terhadap titik pusat $0(0,0)$ dengan benar
3. Menentukan hasil rotasi terhadap titik pusat (a,b) dengan benar
4. Menentukan hasil rotasi suatu persamaan garis dengan benar



Nama Anggota Kelompok:

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

6.....

PENTUNJUK PENGERJAAN:

1. Berdoalah sebelum mengerjakan
2. Bacalah perintah setiap permasalahan dengan cermat
3. Kerjakan permasalahan yang ada dengan berkerja sama dengan teman kelompok
4. Jika terdapat kesulitan tanyakan kepada guru
5. Jika telah selesai, klik finish, kemudian pilih "*email my answer to my teacher*" kemudian masukkan kode kelas "WW2HRTSVG5"



ROTASI

Rotasi adalah transformasi yang memutar suatu bangun terhadap titik pusat tertentu dengan sudut tertentu.

Rotasi terhadap titik pusat $(0,0)$:

- 90° berlawanan arah jarum jam: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$
- 180° : $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
- 270° berlawanan arah jarum jam: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

Rotasi terhadap titik pusat (a, b) :

Misalnya, titik $A(x,y)$ diputar sebesar θ° terhadap pusat rotasi $P(a,b)$ maka:

1. **Translasikan titik pusat rotasi $P(a,b)$ ke titik asal:**

$$A(x, y) \rightarrow A'(x - a, y - b)$$

2. **Lakukan rotasi terhadap titik asal menggunakan sudut θ :**

- Jika $\theta = 90^\circ CCW$ (berlawanan arah jarum jam):
 $(x', y') \rightarrow (-y', x')$
- Jika $\theta = 90^\circ CW$ (searah jarum jam):
 $(x', y') \rightarrow (y', -x')$
- Jika $\theta = 180^\circ$:
 $(x', y') \rightarrow (-x', -y')$

3. **Translasikan kembali ke posisi semula (kembalikan pusat ke $P(a,b)$)**

$$A''(x'', y'') \rightarrow A'(x' + a, y' + b)$$

Rotasi dengan sudut selain 90° , 180° , atau 270° memerlukan rumus trigonometri:

$$\begin{aligned}x' &= a + (x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta \\y' &= b + (x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta\end{aligned}$$



Kegiatan 1: menentukan sifat-sifat rotasi

Rotasi adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu. Terlihat seperti video pada link berikut

Setelah menyaksikan video diatas jawablah pertanyaan dibawah ini.

1. Apakah benda yang dirotasikan mengalami perubahan bentuk?
Jawab:
 2. Apakah benda yang dirotasikan memngalami perubahan ukuran?
Jawab:
 3. Apakah benda yang dirotasikan mengalami perubahan posisi?
Jawab:

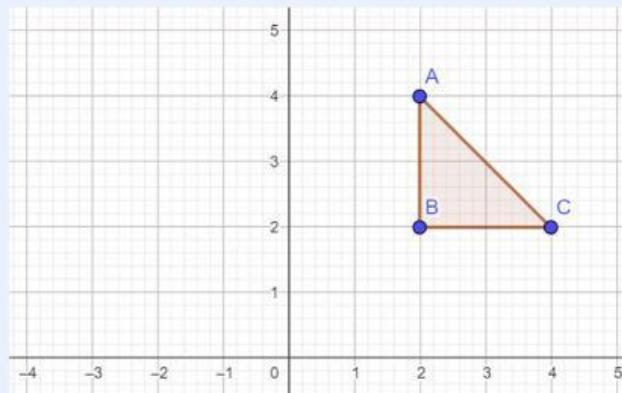
Ayo kita simpulkan:

Saat suatu benda dirotasikan benda tersebut perubahan posisi akan tetapi perubahan ukuran dan bentuk



Kegiatan 2: menentukan hasil rotasi terhadap pusat $O(0,0)$

Perhatikan gambar berikut.



Apabila segitiga ABC tersebut dirotasi sebesar 90° maka kita dapat menentukan hasil rotasinya sebagai berikut:

Penyelesaian!

Permasalahan diatas dapat dinotasikan sebagai berikut,

$$A(x,y) \xrightarrow{R[0,\alpha]} A'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Pertama-tama lakukan rotasi pada titik A

$$A(2,4) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} A'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A' \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right)$$



selanjutnya lakukan rotasi pada titik B

$$B(2,2) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} B'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos & -\sin \\ \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & + \\ & + \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B' \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

lalu lakukan rotasi pada titik c

$$C(4,2) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} C'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos & -\sin \\ \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & + \\ & + \end{pmatrix}$$

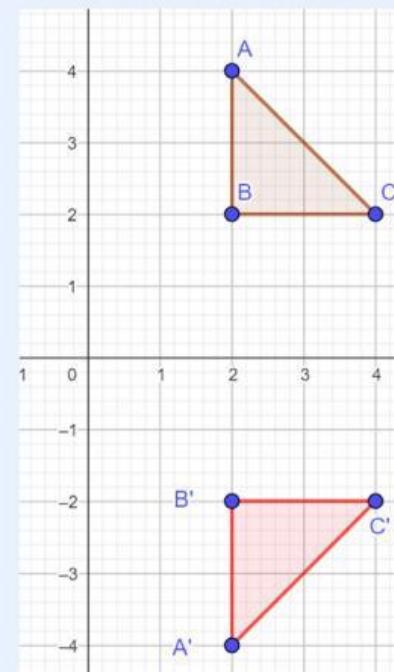
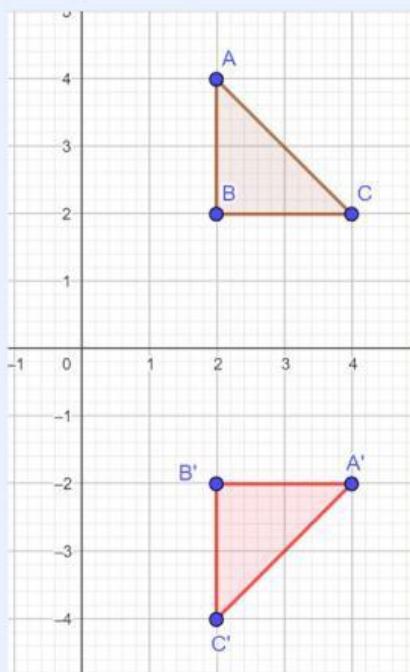
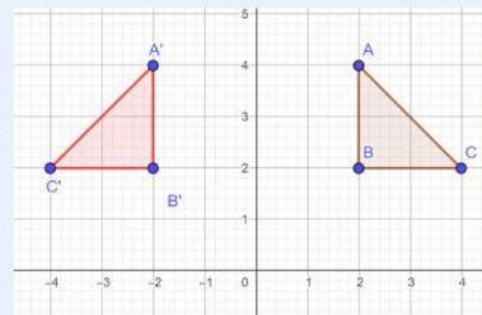
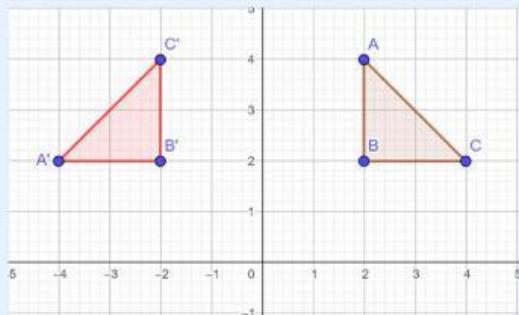
$$\Rightarrow C' \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$



Ayo kita simpulkan!

Sehingga didapat $A'(\quad)$, $B'(\quad)$, $C'(\quad)$ yang jika ketiga titik tersebut dihubungkan akan membentuk segitiga hasil rotasi segitiga ABC yaitu segitiga $A'B'C'$

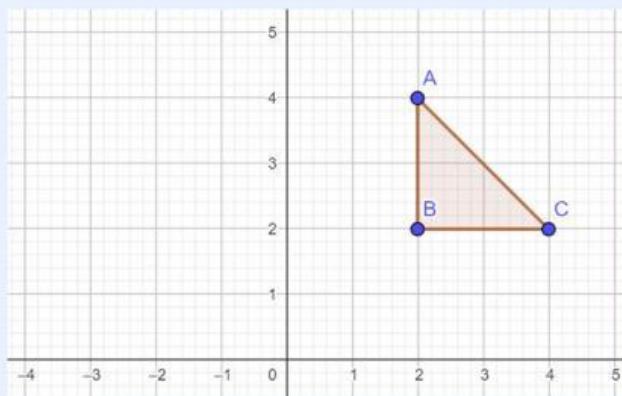
Pilihlah gambar yang merupakan hasil rotasi dari segitiga ABC yaitu segitiga $A'B'C'$





Kegiatan 3: menentukan hasil rotasi terhadap pusat (a,b)

Perhatikan gambar berikut.



Apabila segitiga ABC tersebut dirotasi sebesar -90° dan pusat $(-1,1)$ maka dapat kita tentukan hasil rotasinya sebagai berikut:

Penyelesaian!

Permasalahan diatas dapat kita notasikan sebagai berikut,

$$A(x,y) \xrightarrow{R[P(a,b),\alpha]} A'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Pertama-tama lakukan rotasi pada titik A

$$A(2,4) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} A'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ 4 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A'(-1, 1)$$



selanjutnya lakukan rotasi pada titik B

$$B(2,2) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} B'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos & -\sin \\ \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & + \\ & + \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B' \left(\quad \right)$$

lalu lakukan rotasi pada titik c

$$C(4,2) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} C'(x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos & -\sin \\ \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & + \\ & + \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

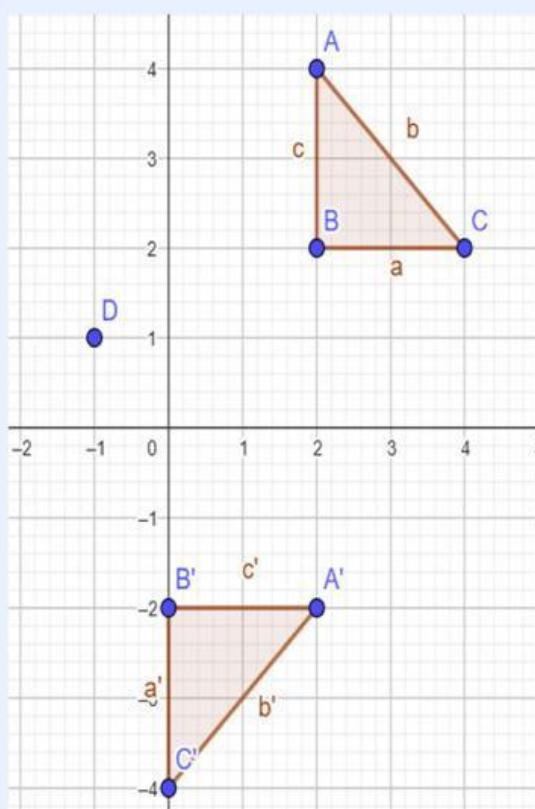
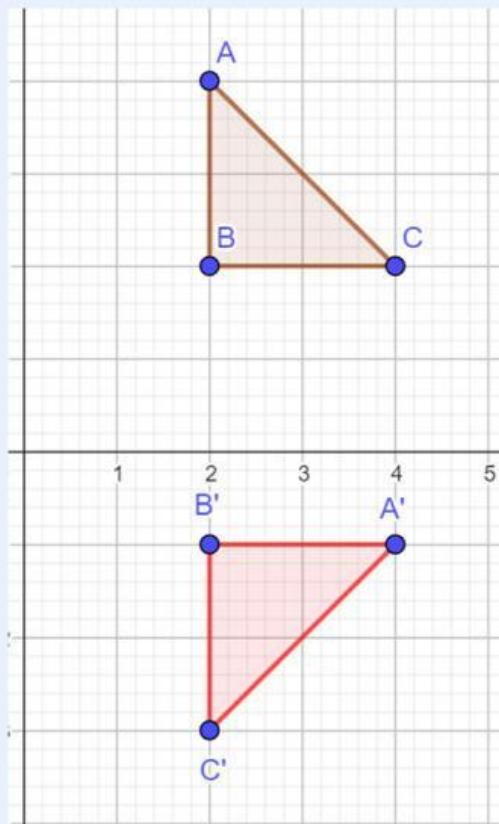
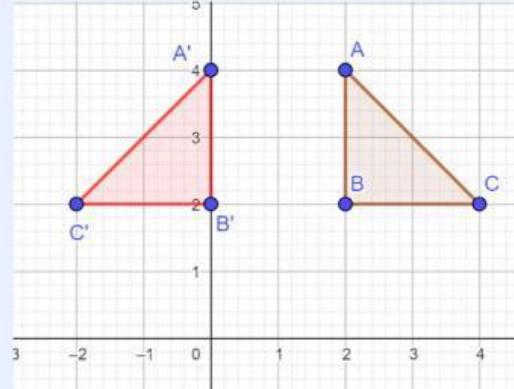
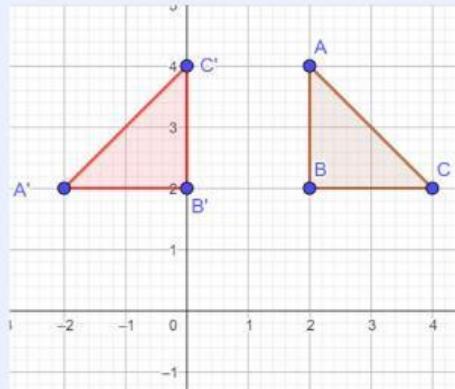
$$\Rightarrow C' \left(\quad \right)$$



Ayo kita simpulkan!

Sehingga didapat $A'(\quad)$, $B'(\quad)$, $C'(\quad)$ yang jika ketiga titik tersebut dihubungkan akan membentuk segitiga hasil rotasi segitiga ABC, yaitu segitiga $A'B'C'$

Pilihlah gambar yang merupakan hasil rotasi dari segitiga ABC yaitu segitiga $A'B'C'$





Kegiatan 4: Menentukan hasil rotasi suatu persamaan garis

Apabila suatu persamaan garis $y = 2x + 5$ dirotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ maka kita dapat menentukan hasil rotasinya sebagai berikut:

Pertama-tama kita misalkan ada titik sembarang pada garis $y = 2x+5$, misalnya titik (x,y) . Terapkan rotasi sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ pada titik (x,y)

$$(x,y) \xrightarrow{R[0,\alpha]} (x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$(2,4) \xrightarrow{R[0,90^\circ]} (x',y')$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos & -\sin \\ \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & + \\ & + \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$



Tapi karena kita ingin mencari persamaan baru dalam x' dan y' , kita nyatakan x dan y dalam bentuk x' dan y' :

$$x' = \quad \quad \quad y' =$$

$$x = \quad \quad \quad y =$$

kemudian substitusikan $x =$ dan $y =$ kedalam persamaan
 $y = 2x + 5$

$$\Leftrightarrow \quad = 2(\quad) + 5$$

$$\Leftrightarrow \quad y' =$$

Ayo kita simpulkan!

Jadi, hasil rotasi garis $y = 2x + 5$ sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ adalah $y' =$