Guía 10

Escribiendo las comparaciones

Aprendamos algo nuevo

Trabajo en grupo

Preparemos un flan de yogurt

Reúnete con tres compañeros y entre todos reúnan los siguientes ingredientes para preparar un flan de yogur para cuatro personas.

- 2 vasos de yogur de fresa
- 1 vaso de leche
- 1 lata de leche condensada grande
- 5 huevos
- ½ limón
- 3 ½ cucharadas de azúcar
- 2 cucharadas de maicena
- 2 ollas
- 1 recipiente de plástico



Instrucciones para la preparación del flan

1. Coloquen una olla a fuego lento, sin dejar de revolver la cantidad de azúcar solicitada hasta que quede acaramelada. Usen dicho caramelo para untar el recipiente donde se cuajará el flan.
2. Licuen la cantidad solicitada de leche condensada, leche, yogur y los huevos.
3. Cuando observen la mezcla homogénea viértanla en el recipiente acaramelado.
4. Previamente llenen una olla con 2 litros de agua y gotas de limón.
5. Introduzcan el recipiente con la mezcla dentro de la olla, tápenla y pónganla a fuego alto hasta que se forme la argolla de vapor. Bajar el fuego al mínimo durante 30 minutos.
6. Desmolden y sirvan frío.

Respondan las siguientes preguntas.

- ¿Para cuántas personas se dan los ingredientes del flan en la receta?
- ¿Cuántos vasos de yogur se requieren si se desea preparar un flan para ocho personas? ¿Y para 12?

LIVEWORKSHEETS

» "Por cada vaso de leche se utilizan dos cucharadas de maicena".

» "Por dos vasos de yogurt se utilizan una lata de leche condensada".

Cuando se realizan comparaciones como las anteriores, cada una se puede expresar como una razón. La razón se expresa como una fracción entre las cantidades numéricas dadas o se separan por dos puntos.

Por ejemplo:

» Un flan para cuatro personas, determina la razón 1:4 o $\frac{1}{4}$. Esto se lee "1 es a 4".

» Por cada vaso de leche se utilizan dos cucharadas de maicena, determina la razón 1:2 o $\frac{1}{2}$.

» Por cada vaso de leche se utilizan dos vasos de yogurt, determina la razón 1:2 o $\frac{1}{2}$.

- Escriban las razones correspondientes a las comparaciones enunciadas anteriormente.

La **razón** es una comparación entre dos cantidades.
La razón 1 es a 2 es lo mismo que las razones 2 es 4, 5 es a 10, 4 es a 8, etc.

Todas se pueden expresar como fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{4}{8}$$

A partir de una razón se obtienen razones que resultan equivalentes a la razón original.

Por ejemplo:
Miguel va a preparar una torta de plátano para 12 personas con 8 plátanos maduros. ¿Cuántos plátanos debe reunir si la torta es para 18 personas?

Al comparar las magnitudes número de personas y cantidad de plátanos, se obtiene la expresión "para cada 12 personas usa 8 plátanos", la correspondiente razón $\frac{12}{8}$.

Ahora debemos establecer una fracción equivalente o una razón equivalente cuyo numerador sea 18.

Esta expresión es $\frac{18}{12}$. Si encontramos la fracción irreductible de cada uno, se tiene:

$\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ se divide cada término por 4.

LIVEWORKSHEETS

$\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ se divide cada término por 6.

Observamos que al encontrar razón equivalente a la dada es más fácil encontrar el valor del dato de la magnitud solicitada.

La razón $\frac{18}{12}$ indica que para 18 personas se requiere de 12 plátanos maduros.

Ejercitemos lo aprendido

Realiza las siguientes actividades. En cada caso justifica tus respuestas.

1. Escribe la razón que represente la comparación dada.

» Cinco limones para tres vasos de limonada.



» 12 galletas a $ 2.500.

» $ 21.000 por tres galones de gasolina.

» Un libro para dos personas.

» Tres duraznos para seis personas.

» Una lancha para ocho personas.





2. Un automóvil recorre 30 cuadras en 15 minutos. ¿Cuántas cuadras recorrerá en 60 minutos?

3. Andrea debe vender 60 galletas, si cada caja tiene 12 galletas ¿Cuántas cajas debe vender?

LIVEWORKSHEETS

4. Un museo requiere ubicar 80 cuadros para una exposición de arte. En cada pared pueden ubicar 16 cuadros, ¿Cuántas paredes requieren para la exposición de arte?

5. Indica cuales de los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

» $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ » $\frac{2}{8} = \frac{3}{16}$ » $\frac{20}{10} = \frac{80}{40}$

» $\frac{12}{5} = \frac{24}{15}$ » $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$ » $\frac{7}{3} = \frac{21}{12}$

Guía 11

Sobre proporciones

Analiza la siguiente situación.

Don Joaquín tiene una salsamentaria cerca del parque central del pueblo de Villa Alsacia. En el negocio, además de otros productos, vende carnes frías como jamón y mortadela. En la siguiente tabla, se muestra la cantidad de bloques que tiene de cada uno.



	De cerdo	De pollo	De pavo
Jamón	8	4	2
Mortadela	3	6	7

Contesta:

- ¿Qué razón expresa el número de bloques de jamón de cerdo y la cantidad de bloques de jamón de pollo?
- ¿Cuál es la razón entre el número de bloques de mortadela de cerdo y los bloques de mortadela de pollo?
- ¿Cuál es la razón entre el número de bloques de jamón de cerdo y los bloques de jamón de pavo?

LIVEWORKSHEETS

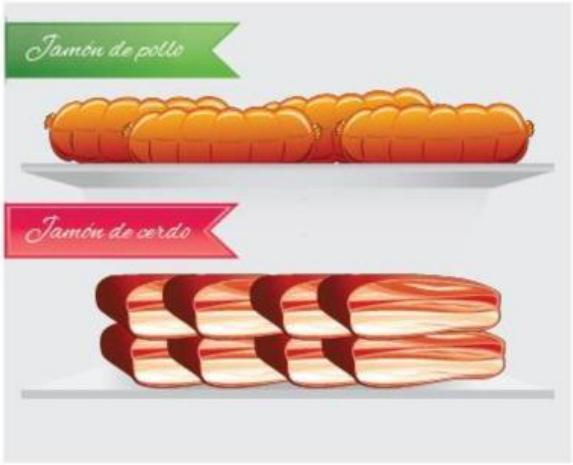
- Por cada bloque de jamón de cerdo, ¿cuántos bloques de jamón de pollo hay?
- Por cada bloque de mortadela de cerdo, ¿cuántos bloques de mortadela de pollo hay?

Aprendamos algo nuevo

Ya sabemos que una razón da origen a muchas otras razones que resultan equivalentes entre sí.

La razón $\frac{8}{4}$ puede representar la cantidad de bloques de jamón de cerdo comparada con los bloques de jamón de pollo.

Bloques de carnes frías



La razón $\frac{8}{4}$ es equivalente a las razones $\frac{4}{2}$ y $\frac{2}{1}$.

Esas equivalencias se escriben como fracciones equivalentes así:

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

Si igualamos de a dos las fracciones equivalentes o las dos razones, obtendremos tres casos:

Caso 1: $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$, cada una da el mismo cociente: 2.

Caso 2: $\frac{8}{4} = \frac{2}{1}$, cada una da el mismo cociente: 2.

Caso 3: $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$, cada una da el mismo cociente: 2.

Esas igualdades de razones indican:

» Para el primer caso: 8 bloques de jamón de cerdo le corresponden 4 bloques de pollo como 4 bloques de jamón de cerdo le corresponden 2 bloques de pollo.
» Para el segundo caso: 8 bloques de jamón de cerdo le corresponden 4 bloques de pollo como 2 bloques de jamón de cerdo le corresponden 1 bloque de pollo.
» Para el tercer caso: 4 bloques de jamón de cerdo le corresponden 2 bloques de pollo como 2 bloques de jamón de cerdo le corresponden 1 bloque de pollo.

LIVEWORKSHEETS

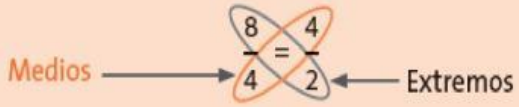
Una **proporción** es una expresión que muestra la igualdad entre dos razones.

Es decir que
La igualdad $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$ es una proporción. Como en los otros casos, también se puede escribir de la siguiente forma:

$$8 : 4 = 4 : 2$$

Se lee "8 es a 4 como 4 es a 2".

Los términos de una proporción se identifican como medios y extremos.



En esta proporción 8 y 2 son los extremos; y, 4 y 4 son los medios.

- Escribe cuáles son los términos que son extremos y cuáles son los términos medios de las siguientes proporciones:

a. $\frac{3}{6} = \frac{1}{3}$,

b. $2 : 3 = 6 : 9$

c. $9 : 15 = 3 : 5$

Las proporciones cumplen algunas propiedades:

1. El producto de los medios es igual al producto de los extremos (se conoce como propiedad fundamental).

$8 : 4 = 4 : 2$ cumple que $8 \times 2 = 4 \times 4$

$16 = 16$

- Comprueba esta propiedad en las siguientes proporciones:

a. $2 : 3 = 4 : 6$ b. $\frac{3}{27} = \frac{2}{18}$

2. Si se tiene una proporción se pueden alternar los extremos de una razón a la otra.

$\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$ cumple que $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

LIVEWORKSHEETS

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \text{ cumple que } \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$

Nos queda igual porque los valores de los medios son iguales.

4. Si se tiene una proporción se pueden invertir las cantidades de cada razón.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \text{ cumple que } \frac{4}{8} = \frac{2}{4}$$

5. Si se tiene una proporción se puede permutar el orden en que se establecen las razones.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \text{ cumple que } \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

6. Si se tiene una proporción a cada una de las razones le puedo sumar o restar el mismo número y la proporción no se altera.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$

Le sumamos uno a cada razón y se tiene

$$\left(\frac{8}{4}\right) + 1 = \left(\frac{4}{2}\right) + 1$$

$$\frac{(8+4)}{4} = \frac{(4+2)}{2}$$

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{2}$$

- En ambos casos al realizar la división da 3, altera la razón pero conserva la proporción. ¿Explica por qué afirmamos esto?

7. Si se tienen varias razones que son equivalentes, se puede establecer otra razón equivalente como el resultado de la suma de cada una de las partes.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{16}{8}$$

Al sumar los términos se tiene otra razón equivalente:

$$\frac{8+4+2+16}{4+2+1+8} = \frac{30}{15}$$

LIVEWORKSHEETS

- Comprueba las propiedades anteriores con las siguientes proporciones:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \qquad \frac{7}{20} = \frac{35}{20}$$

Con las propiedades de las proporciones se puede comprobar si dos razones forman una proporción.

Situaciones que requieren proporcionalidad

Don Joaquín vende dos bloques de jamón de cerdo en $ 36.500. ¿Cuánto dinero recibe por la venta de 6 bloques?

Para establecer las razones se ordenan los datos por cada una de las magnitudes:



Bloques de jamón	Costo ($)
2	36.500
6	?



Una de las formas para solucionarlo es por medio del factor escalar:

Observando que 2 cambia a 6, porque se multiplica a 2 por un número que da 6. En este caso ese número es 3. Lo mismo debe suceder en el costo que se multiplica por 3. Esto es porque ambas magnitudes crecen y son proporcionales.

X3

Bloques de jamón	Costo ($)
2	36.500
6	?

X3

De esta forma se obtiene que 6 bloques de jamón cuesten:

$$36.500 \times 3 = 109.500.$$

El método se llama de **factor escalar** porque se busca un factor que relacione los valores de una misma magnitud como son proporcionales lo que le afecta a una magnitud afecte a la otra de la misma manera.

Otra forma para solucionarlo es aplicando el teorema fundamental de las proporciones:

Es presentar la proporción con los datos del problema:

LIVEWORKSHEETS

2 es a 6 como 36.500 es a la cantidad desconocida. Simbólicamente:

$$\frac{2}{6} = \frac{36.500}{?}$$

Hallando el producto de extremos y el producto de medios se halla el valor de **?**

El resultado del producto de los valores extremos (2 con ?) es el mismo resultado del producto de los valores medios (6 y 36.500).

$$2 \times ? = 6 \times 36.500$$

$$2 \times ? = 219.500$$

Como 219.500 es el valor del producto de 2 con la cantidad desconocida, podemos plantear una división así:

$$219.500 \div 2 = 109.500$$

Es decir que recibe por la venta de 6 bloques de jamón la cantidad de $109.500.

Existe otro método para solucionarlo es por medio del factor funcional:

Observemos que podemos establecer la proporción con las siguientes razones:

$$\frac{2}{6} = \frac{36.500}{?}$$

De 2 cambia a 36.500 porque se multiplica 2 por la razón $\frac{\$\ 18.250}{1\ \text{Bloque}}$. Lo mismo debe suceder con 6; se cambia a la cantidad desconocida porque se multiplica 6 por la razón $\frac{\$\ 18.250}{1\ \text{Bloque}}$; y en ese caso, nos da $109.500.

Simbólicamente:

Bloques de jamón	Costo ($)
2	36.500
6	?



LIVEWORKSHEETS

De esta forma se obtiene que 6 bloques de jamón cuesten:

$$36.500 \times 3 = 109.500.$$

El método se llama de **factor funcional** porque se busca un factor que es una razón que relaciona los valores de una magnitud con la otra. Esta razón la cumple cada uno de los datos relacionados de las magnitudes.





1. Planteen una proporción para cada situación y soluciónenlas por los tres métodos explicados.

   » Si para sembrar cuatro hectáreas de maíz se requieren nueve trabajadores, ¿cuántos trabajadores se necesitarán para sembrar 18 hectáreas.

   » Si por cada bote hay cuatro remos, ¿cuántos botes hay en total si se tienen 48 remos?

   » Si con $500 se compra un pan, ¿cuánto se necesita para comprar 8 panes?

   » Camilo tiene 18 tarros de pintura, para pintar 21 puertas. ¿Cuántas puertas puede pintar con 28 tarros?

   » Para preparar una ensalada se requiere ½ libra de queso por 3 tazas de harina. ¿Cuántas tazas de harina son necesarias si se utiliza un kilogramo de queso?

   » Tomás gana $ 35.000 por tres días de trabajo. ¿Cuánto gana si trabaja todos los días de la semana?

   » En el salón de clases de la escuela hay cinco niñas por cada tres niños. ¿Cuántas niñas hay si la clase tiene 24 niños?

2. Encuentren el valor de la letra desconocida, de manera que se obtengan razones equivalentes.

$$\frac{5}{9} = \frac{15}{n} \qquad \frac{7}{8} = \frac{m}{24} \qquad \frac{1}{2} = \frac{k}{60} \qquad \frac{32}{h} = \frac{8}{9}$$

3. Escriban la propiedad que está cumpliendo en los siguientes enunciados:

   » $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$ como $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

   » $\frac{2}{7} = \frac{4}{14}$ como $\frac{14}{7} = \frac{4}{2}$

LIVEWORKSHEETS

» $\frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ como $\frac{(2+6)}{6} = \frac{(3+9)}{9}$

4. Comprueba si las siguientes parejas de razones establecen una proporción.

a. $\frac{40}{100}$ y $\frac{2}{5}$

b. $\frac{7}{9}$ y $\frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{7}$ y $\frac{12}{21}$

LIVEWORKSHEETS