Разлагане чрез групиране

Когато искаме да разложим тричлена $x^2 + ax + b$ чрез групиране, трябва да представим ax чрез подходящ сбор или разлика на два едночлена. Как разбираме кое е „подходящото“ представяне? Искаме да получим краен резултат от вида $(x+m)(x+n)$. Този израз е тъждествено равен на $x^2 + (m+n)x + mn$. Това означава че ще търсим такива числа m и n, че $m + n = a$ и $mn = b$.

Пример 1: $x^2 - 5x + 6$

Трябва да намерим такива числа, че $m + n = -5$ и $mn = 6$. Лесно е да се достигне до заключението (дори с пробване на числа), че $-2 - 3 = -5$ и $-2(-3) = 6$

$=> x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(x-3)$

Пример 2: $x^2 - 13x - 30$

Трябва да намерим такива числа, че $m + n = -13$ и $mn = -30$. Тук вече ще ни отнеме време, ако трябва да пробваме различните възможности! Затова се насочваме към свободният член $mn = -30$. Идеята е, че числото 30 има ограничен брой делители. Те са $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6 \pm 10; \pm 15 \pm 30$. Може все още да ви се струват много, но тук ни идва на помощ сбора $m + n = -13$. Заради него отпадат възможности като 1 и -30 или пък 5 и -6 (където разликата е твърде голяма). В действителност остават $3 \text{ и } -10$ и $2 \text{ и } -15$ (само с 3,10 или 2 и 15 можем да постигнем сбор 13)

$=> x^2 - 13x - 30 = x^2 + 2x - 15x - 30 = x(x+2) - 15(x+2) = (x+2)(x-15)$

Внимание: Този метод работи само когато m и n са цели числа! Възможно е те да са дроби - в такъв случай (тоест, когато не получаваме нищо с този метод) ще използваме метода за **отделяне на точен квадрат**

Пробвайте се на следните няколко примера сами за да добиете представа. В празните кутийки се въвеждат числата (заедно със знаците $+$ или $-$, но без скоби). Когато сте готови натиснете бутона “Finish” и си въведете името (а ако не става напишете решенията на лист и ми ги пратете). Накрая системата ще ви покаже верните отговори.

Задача 1: $x^2 - 7x + 12$

$$\begin{matrix} m + n = -7 \\ m.n = -12 \end{matrix} \quad => \quad x^2 - 7x + 12 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x-3)(x-4)$$

Задача 2: $x^2 - 9x + 18$

$$\begin{matrix} m + n = -9 \\ m \ n = 18 \end{matrix} \quad => \quad x^2 - 9x + 18 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x-6)(x-3)$$

LIVEWORKSHEETS

Задача 3: $x^2 + 13x + 30$

$$\begin{matrix} m & +n & = 13 \\ m & n & = 30 \end{matrix} \quad => \quad x^2 + 13x + 30 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x+10)(x+3)$$

Задача 4: $x^2 - 4x - 12$

$$\begin{matrix} m & +n & = -4 \\ m & n & = -32 \end{matrix} \quad => \quad x^2 - 4x - 32 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x-6)(x+2)$$

Задача 5: $x^2 - 4x - 32$

$$\begin{matrix} m & +n & = -4 \\ m & n & = -32 \end{matrix} \quad => \quad x^2 - 4x - 32 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x-8)(x+2)$$

Задача 6: $x^2 + 52x + 100$

$$\begin{matrix} m & +n & = 52 \\ m & n & = 100 \end{matrix} \quad => \quad x^2 + 52x + 100 = x^2 + mx + nx + mn = x(x+m) - n(x+m)$$

$$= (x+50)(x+2)$$

Допълнителни задачи за упражнение: (не са за домашно)

Зад. 1 $x^2 - x - 12 = 0$

Зад. 2 $x^2 + 4x + 3 = 0$

Зад. 3 $x^2 - 19x + 60 = 0$

Зад. 4 $x^2 - 12x + 36 = 0$

Зад. 5 $x^2 - 12x - 64 = 0$

Зад. 6 $x^2 + 15x + 56 = 0$

LIVEWORKSHEETS