

Разлагане чрез групиране

Когато искаме да разложим тричлена $x^2 + ax + b$ чрез групиране, трябва да представим ax чрез подходящ сбор или разлика на два едночлена. Как разбираме кое е „подходящото“ представяне? Искаме да получим краен резултат от вида $(x + m)(x + n)$. Този израз е тъждествено равен на $x^2 + (m + n)x + mn$. Това означава че ще търсим такива числа m и n , че $m + n = a$ и $mn = b$.

Пример 1: $x^2 - 5x + 6$

Трябва да намерим такива числа, че $m + n = -5$ и $mn = 6$. Лесно е да се достигне до заключението (дори с пробване на числа), че $-2 - 3 = -5$ и $-2(-3) = 6$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = x(x - 2) - 3(x - 2) = (x - 2)(x - 3)$$

Пример 2: $x^2 - 13x - 30$

Трябва да намерим такива числа, че $m + n = -13$ и $mn = -30$. Тук вече ще ни отнеме време, ако трябва да пробваме различните възможности! Затова се насочваме към свободният член $mn = -30$. Идеята е, че числото 30 има ограничен брой делители. Те са $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 15; \pm 30$. Може все още да ви се струват много, но тук ни идва на помощ сбора $m + n = -13$. Заради него отпадат възможности като 1 и -30 или пък 5 и -6 (където разликата е твърде голяма). В действителност остават 3 и -10 и 2 и -15 (само с 3, 10 или 2 и 15 можем да постигнем сбор 13)

$$\Rightarrow x^2 - 13x - 30 = x^2 + 2x - 15x - 30 = x(x + 2) - 15(x + 2) = (x + 2)(x - 15)$$

Внимание: Този метод работи само когато m и n са цели числа! Възможно е те да са дробни - в такъв случай (тоест, когато не получаваме нищо с този метод) ще използваме метода за **отделяне на точен квадрат**

Пробвайте се на следните няколко примера сами за да добиете представа. В празните кутийки се въвеждат числата (заедно със знаците + или -, но без скоби). Когато сте готови натиснете бутона "Finish" и си въведете името (а ако не става напишете решенията на лист и ми ги пратете). Накрая системата ще ви покаже верните отговори.

Задача 1: $x^2 - 7x + 12$

$$\begin{array}{l} m + n = -7 \\ m \cdot n = -12 \end{array} \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x - 3)(x - 4)$$

Задача 2: $x^2 - 9x + 18$

$$\begin{array}{l} m + n = -9 \\ m \cdot n = 18 \end{array} \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x - 6)(x - 3)$$

Задача 3: $x^2 + 13x + 30$

$$\begin{array}{l} m + n = 13 \\ m \cdot n = 30 \end{array} \Rightarrow x^2 + 13x + 30 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x + 10)(x + 3)$$

Задача 4: $x^2 - 4x - 12$

$$\begin{array}{l} m + n = -4 \\ m \cdot n = -32 \end{array} \Rightarrow x^2 - 4x - 32 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x - 6)(x + 2)$$

Задача 5: $x^2 - 4x - 32$

$$\begin{array}{l} m + n = -4 \\ m \cdot n = -32 \end{array} \Rightarrow x^2 - 4x - 32 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x - 8)(x + 2)$$

Задача 6: $x^2 + 52x + 100$

$$\begin{array}{l} m + n = 52 \\ m \cdot n = 100 \end{array} \Rightarrow x^2 + 52x + 100 = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) - n(x + m) \\ = (x + 50)(x + 2)$$

Допълнителни задачи за упражнение: (не са за домашно)

Зад. 1 $x^2 - x - 12 = 0$

Зад. 2 $x^2 + 4x + 3 = 0$

Зад. 3 $x^2 - 19x + 60 = 0$

Зад. 4 $x^2 - 12x + 36 = 0$

Зад. 5 $x^2 - 12x - 64 = 0$

Зад. 6 $x^2 + 15x + 56 = 0$