



Fisika

Fase E

Kelas 10

Besaran Vektor

Penjumlahan Vektor dengan Metode Analitis



Tujuan Pembelajaran

- **Memahami** cara menjumlahkan vektor dengan aturan kosinus dan **menentukan** arahnya dengan aturan sinus (metode analitis).
- **Menentukan** hasil penjumlahan vektor beserta arahnya dengan aturan kosinus dan sinus.





Gambar 1. Peta konsep terkait penjumlahan vektor dengan metode analitis

Vektor-Vektor Gaya pada Struktur Jembatan

Perhatikan gambar berikut.



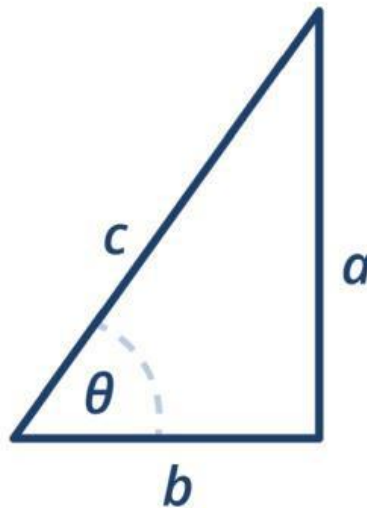
Gambar 2. Jembatan Layang Pasupati (Jembatan Layang Prof Mochtar Kusumaatmadja) Bandung
Sumber: wikipedia.org

Gambar tersebut merupakan Jembatan Layang Pasupati (Jembatan Layang Prof Mochtar Kusumaatmadja) yang terletak di Kota Bandung. Jembatan ini dilengkapi dengan *cable stayed* sepanjang 161 meter yang membentang di atas Lembah Cikapundung. *Cable stayed* merupakan jembatan tanpa kaki. Kekuatan jembatan tersebut didukung oleh 19 kabel baja yang terdiri dari 10 kabel sebelah barat dan 9 kabel sebelah timur. Setiap kabel memberikan gaya sehingga terdapat beberapa vektor gaya pada struktur jembatan. Tahukah kamu bagaimana cara melakukan penjumlahan vektor-vektor gaya tersebut? Untuk mengetahuinya, mari simak topik ini dengan penuh semangat.

Pada topik sebelumnya, kamu telah belajar tentang penjumlahan vektor dengan metode grafis. Pada metode tersebut, **panjang resultan vektor** diukur menggunakan mistar atau penggaris. Sementara itu, **arah resultan vektor** diukur menggunakan **busur derajat**. Metode ini ternyata memiliki kelemahan, yaitu dapat menimbulkan kesalahan sistematis. Jika skala yang digunakan untuk menggambar vektor tidak tepat, hasil penjumlahannya akan salah. Untuk menghindari kesalahan tersebut, dapat digunakan **metode analitis**, yaitu menggunakan aturan kosinus. Metode ini berupa perhitungan menggunakan konsep trigonometri. Untuk itu, mari ingat kembali konsep dasar trigonometri berikut.

Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku

Trigonometri adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara sisi dan sudut pada segitiga. Perhatikan gambar segitiga siku-siku berikut.



Gambar 3. Segitiga siku-siku

Sisi c yang disebut juga **hipotenusa** merupakan sisi terpanjang pada segitiga. Hubungan antara sudut dan perbandingan sisi-sisi pada segitiga tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\sin q &= \frac{a}{c} = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{hipotenusa}} \\ \cos q &= \frac{b}{c} = \frac{\text{sisi di samping sudut}}{\text{hipotenusa}} \\ \tan q &= \frac{a}{b} = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi di samping sudut}}\end{aligned}$$

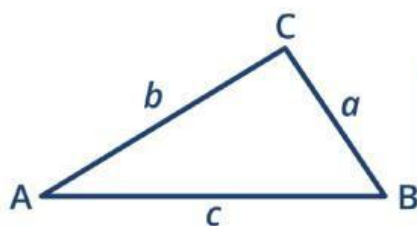
Nilai Perbandingan Trigonometri

Nilai perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut istimewa dan beberapa sudut tertentu dapat dilihat pada tabel berikut. **(isilah bagian yang kosong dari nilai sudut istimewa)**

θ	0°	30°	45°	60°	90°	37°	53°
$\sin \theta$	0		$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
$\cos \theta$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$		0	$\frac{4}{5}$	
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	tak terdefinisi		3

Rumus Aturan Kosinus dan Sinus

Untuk sebarang segitiga ABC dengan panjang sisi a , b , c , dan sudut A, B, C, berlaku aturan kosinus dan sinus berikut.



Gambar 4. Segitiga ABC

Aturan Kosinus

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \end{aligned}$$

Aturan Sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Penjumlahan Vektor dengan Metode Analitis (Aturan Kosinus)

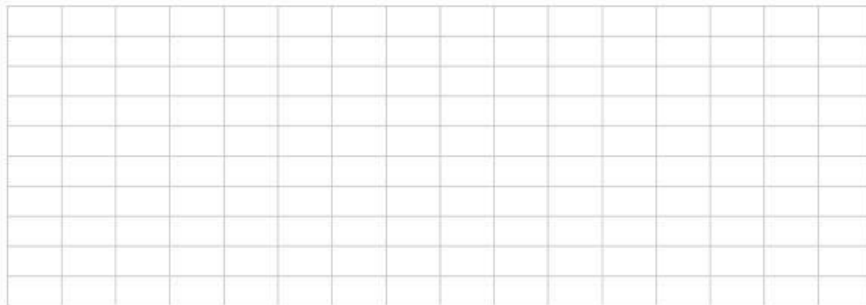


Aktivitas, yuk!

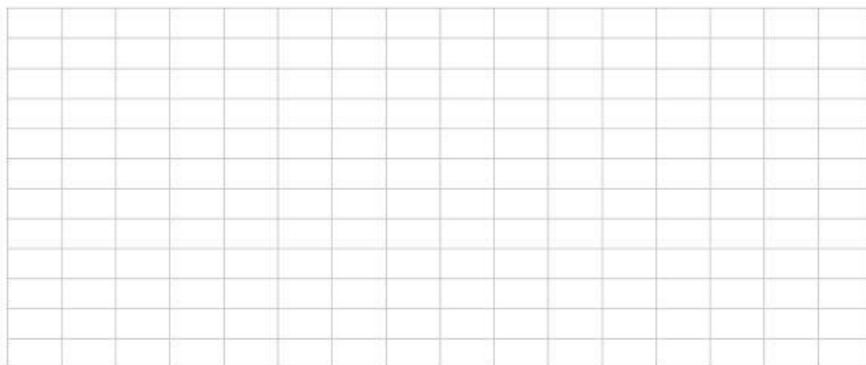
Terdapat dua buah vektor, yaitu vektor A dan B sebagai berikut.



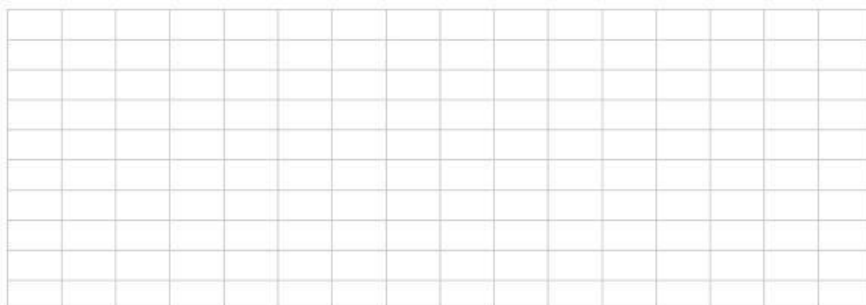
Gambarkan resultan kedua vektor tersebut menggunakan metode jajargenjang pada kertas berpetak berikut. Kemudian, tuliskan besar sudut antara kedua vektor, yaitu sebesar q .



Setelah itu, gambarkan kembali resultan kedua vektor tersebut menggunakan metode segitiga pada kertas berpetak berikut. Perhatikan bahwa panjang vektor harus sesuai dengan sebelumnya.



Berdasarkan dua gambar yang telah kamu buat, tentukan besar sudut yang ditandai oleh huruf a dan b berikut. Nyatakan nilainya dalam θ .



Ingat konsep sudut berpelurus dan sifat sudut-sudut sehadap.

$a = \dots$

$b = \dots$

Perhatikan segitiga pqr. Berdasarkan rumus aturan kosinus, lengkapi titik-titik berikut ini.

$$(pr)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2 - 2(pq)(\dots)\cos(\dots)$$

Jika panjang $pr = R$, $pq = A$, $qr = B$, dan $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$, diperoleh:

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2 - 2(\dots)(\dots)(\dots)$$

$$\dots = \sqrt{\dots^2 + \dots^2 + 2(\dots)(\dots)\cos \theta}$$

Dari aktivitas tersebut, kamu berhasil memperoleh persamaan untuk menentukan besar resultan vektor dengan sudut apit θ sebagai berikut.

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

1. Jika kedua vektor searah, berarti $\theta = 0^\circ$. Ini berarti, besar resultan vektor merupakan penjumlahan nilai kedua vektor.
2. Jika kedua vektor tegak lurus, berarti $\theta = 90^\circ$. Ini berarti, besar resultan vektor dapat ditentukan menggunakan teorema Pythagoras.
3. Jika kedua vektor berlawanan arah, berarti $\theta = 180^\circ$. Ini berarti, besar resultan vektor merupakan pengurangan nilai kedua vektor.

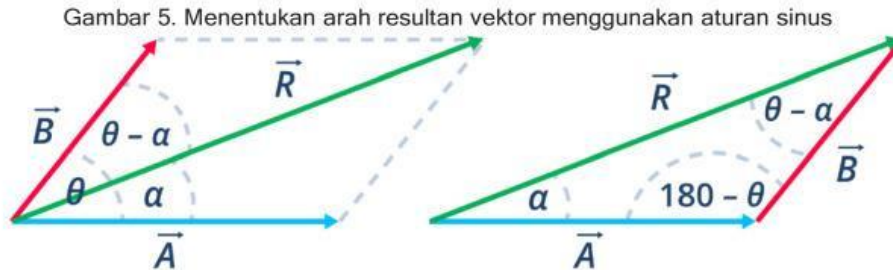
Dengan demikian, kemungkinan besar resultan vektor dimulai dari nilai pengurangan sampai nilai penjumlahan kedua vektor.

Perhatikan kembali kasus pada materi pembuka. Besar resultan vektor-vektor gaya yang timbul pada kabel baja dapat ditentukan dengan aturan kosinus ini.



Menentukan Arah Resultan Vektor Menggunakan Aturan Sinus

Dapatkan kamu menentukan arah resultan vektor terhadap salah satu vektor penyusunnya? Arah resultan vektor dapat ditentukan menggunakan aturan sinus. Perhatikan gambar berikut.



Arah vektor resultan R dapat dinyatakan dengan besar sudut α . Berdasarkan aturan sinus, diperoleh:

$$\frac{R}{\sin (180^\circ - q)} = \frac{A}{\sin (q - \alpha)} = \frac{B}{\sin \alpha}$$

Oleh karena $\sin (180^\circ - \theta) = \sin \theta$, maka diperoleh:

$$\frac{R}{\sin q} = \frac{A}{\sin (q - \alpha)} = \frac{B}{\sin \alpha}$$

Untuk mempercepat dalam menentukan hasil penjumlahan vektor dengan aturan kosinus, kamu dapat menggunakan cara SUPER berikut.



SUPER

Jika dua vektor memiliki nilai yang sama dengan sudut apit 120° , besar resultan vektor sama dengan nilai vektor penyusunnya dan arahnya sebesar 60° .