



SMAN 1 Batam

OCTOBER 2024
**LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK
LKPD**

TRANSFORMASI GEOMETRI

**Matematika Tingkat Lanjut
Kelas XI Fase F**



Oleh :
Hermawati, S.Pd

| | |
|----------------|----------|
| Pelajaran: | Waktu : |
| Kelas: | Tanggal: |
| Nama kelompok: | |
| 1. | |
| 2. | |
| 3. | |
| 4. | |
| 5. | |



Capaian Pembelajaran :

Di akhir fase F, Peserta didik dapat melakukan operasi aljabar pada matriks dan menerapkannya dalam transformasi geometri.



Apa itu Matriks?

- Matriks adalah susunan bilangan yang diatur dalam baris dan kolom. Setiap bilangan dalam matriks disebut elemen matriks. Matriks biasanya dinotasikan dengan huruf kapital dan kurung siku. Matriks sering digunakan untuk merepresentasikan data dalam bentuk yang terorganisir.

Apa itu Transformasi Geometri?

- Transformasi geometri adalah perubahan posisi, ukuran, atau bentuk suatu objek geometri. Beberapa jenis transformasi geometri yang umum adalah translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi.

Apa hubungan Matriks dan Transformasi Geometri?

- Matriks dapat digunakan untuk merepresentasikan transformasi geometri. Dengan mengalikan matriks transformasi dengan matriks koordinat suatu titik, kita dapat memperoleh koordinat bayangan titik tersebut setelah mengalami transformasi.

Penerapan transformasi geometri di dunia nyata :



Gambar Bianglala

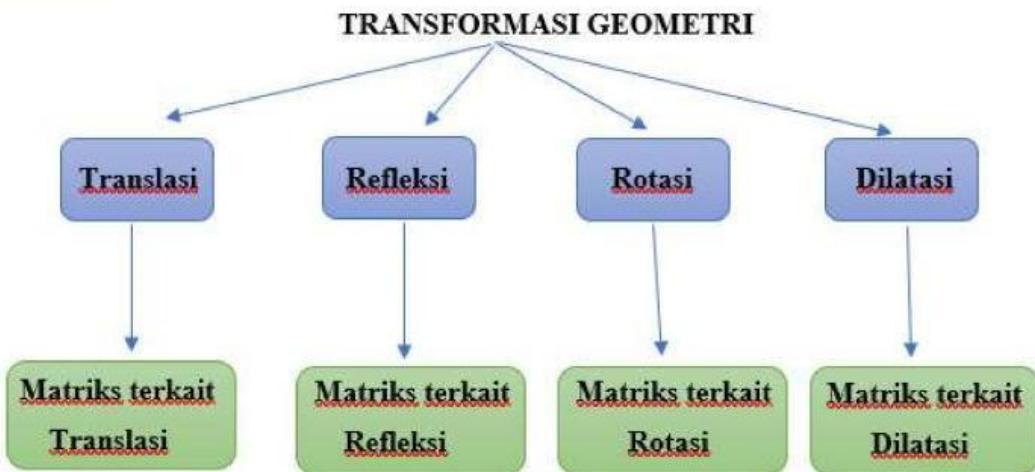
Pernahkah anda naik bianglala? Bianglala adalah sebuah permainan raksasa berbentuk lingkaran yang berputar seperti kincir angin. Pada permainan tersebut, mula-mula kita duduk ditempat yang telah disediakan. Setelah itu, bianglala akan naik sedikit demi sedikit melakukan putaran hingga suatu saat kita akan berada di puncak yang paling tinggi dan selanjutnya turun kembali sedikit demi sedikit hingga kita berada di posisi semula. Pada permainan bianglala, setiap orang mendapat giliran satu putaran penuh. Sekarang, coba kalian perhatikan putaran dari bianglala. Bianglala berputar pada suatu poros yang terletak tepat di tengah.

Untuk menandakan posisi tempat duduk, maka tempat duduk diberi nomor 1 sampai 10 secara berurutan berlawanan dengan arah jarum jam. Setelah beberapa lama mengantre, tiba-tiba giliran anda untuk manaike bianglala tersebut. Ternyata, Anda mendapatkan posisi tempat duduk nomor 1. Selama bianglala berputar, Anda berpikir, jika bianglala berputar 180° , berada di posisi nomor berapakah Anda terhadap posisi awal?

Proses perputaran permainan bianglala disebut juga rotasi. Untuk melakukan rotasi, tentu diperlukan sebuah titik pusat dan besar sudut. Dengan rotasi, akan terjadi perpindahan dari suatu titik awal ke titik lain. Titik lain ini disebut dengan peta atau bayangan dari titik awal.

Penerapan Matriks dalam Transformasi Geometri :

Peta Konsep :



I. TRANSLASI (pergeseran)

Translasi adalah suatu transformasi yang memindahkan setiap titik pada suatu bangun sejauh jarak tertentu dan dalam arah tertentu tanpa mengubah bentuk dan ukuran bangun tersebut.

Matriks Translasi:

- Jika suatu titik (x, y) digeser sejauh a satuan ke arah sumbu-x dan b satuan ke arah sumbu-y, maka bayangannya adalah (x', y') .
- Dalam bentuk matriks, translasi dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Contoh :

Silakan hubungkan soal di sebelah kiri dengan jawaban yang ada di sebelah kanan.

1. Bayangan titik (5,2) setelah
ditranslasi oleh $T = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ adalah.... (5,1)
2. Bayangan titik (-2,3) setelah
ditranslasi oleh $T = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$ adalah... 2x - y + 4 = 0
3. Jika titik A(2, 3) digeser sejauh 3 satuan
ke kanan dan 2 satuan ke bawah, maka A' adalah... x - 2y + 4 = 0
4. Bayangan garis $y = 2x$ oleh translasi $T = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ adalah... (3,-3)
5. Bayangan garis $g : 2y = 3x + 6$ oleh
translasi $T = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah... (2,6)
6. Bayangan garis $g : 2y = 3x + 6$ oleh
translasi $T = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah... 2x + 3y - 5 = 0
7. Bayangan garis $g : 2y = 3x + 6$ oleh
translasi $T = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah... 3x - 2y - 5 = 0

II. REFLEKSI (pencerminan)

Refleksi adalah suatu transformasi yang menghasilkan bayangan suatu bangun terhadap suatu garis (sumbu cermin). Bayangan yang dihasilkan bersifat kongruen dengan bangun aslinya.

Matriks Refleksi:

Terdapat berbagai matriks refleksi, tergantung pada sumbu cerminnya.

1. Refleksi terhadap sumbu-X :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

2. Refleksi terhadap sumbu-Y :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

3. Refleksi terhadap $y = x$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

4. Refleksi terhadap $y = -x$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

5. Refleksi terhadap $x = a$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}$$

6. Refleksi terhadap $y = b$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$$

Contoh :

Silakan pilih jawaban yang tepat.

1. Jika titik A(2, 3) dicerminkan terhadap sumbu-x, maka bayangannya ...
2. Bayangan titik A(3,5) dicerminkan terhadap garis $x = 2$ adalah.. .
3. Bayangan titik B(-4,3) dicerminkan terhadap garis $y = -2$ adalah.. .
4. Pada segitiga ABC, bayangan A(-3,5), B(6,7), dan C(8,3) dicerminkan terhadap sumbu-X adalah... .
5. Pada segitiga ABC, bayangan A(-3,5), B(6,7), dan C(8,3) dicerminkan terhadap sumbu-Y adalah.. .
6. Bayangan titik A(-5,1) dicerminkan terhadap garis $y = x$ adalah... .
7. Bayangan titik B(-1,6) dicerminkan terhadap garis $y = -x$ adalah.. .
8. Bayangan garis : $g \equiv 5x + 3y = 15$ yang dicerminkan terhadap :
 - 1) Sumbu-X .
 - 2) Sumbu-Y .
 - 3) Garis $y = x$.
 - 4) Garis $y = -x$.
 - 5) Garis $x = 2$.
 - 6) Garis $y = 4$.

III. ROTASI (perputaran)

Rotasi adalah suatu transformasi yang memutar setiap titik pada suatu bangun sejauh sudut tertentu terhadap suatu titik tetap (pusat rotasi).

Matriks Rotasi:

- Matriks rotasi bergantung pada sudut rotasi dan arah rotasi (searah atau berlawanan arah jarum jam).
- Matriks rotasi sejauh θ derajat berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi $(0, 0)$ adalah:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Matriks rotasi sejauh θ derajat berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi (a, b) adalah:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Contoh :

Silakan pindahkan jawaban yang tepat ke tempat yang disediakan.

1. Jika titik $A(2, 3)$ dirotasi sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi $(0, 0)$, maka bayangannya .

2. Bayangan titik $A(4,3)$ dirotasi sejauh 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat $O(0,0)$ adalah...

3. Bayangan titik $P(8,1)$ dirotasi dengan pusat $A(2,3)$ dengan sudut rotasi 90° adalah...

4. Bayangan parabola $y + 2 = -x^2$ dirotasikan dengan pusat $O(0,0)$ dengan sudut 180° adalah...

5. Bayangan parabola $y = x^2$ dirotasikan dengan pusat $A(2,1)$ dengan sudut 90° berlawanan arah jarum jam.

(-3, 2)

$y^2 + 2y + x = 2$

(-3, 4)

$-y + 2 = x^2$

(4, 9)

IV. DILATASI (perkalian)

Dilatasi adalah suatu transformasi yang memperbesar atau memperkecil suatu bangun dengan faktor skala tertentu terhadap suatu titik tetap (pusat dilatasi).

Matriks Dilatasi:

- Jika suatu titik (x, y) didilatasi dengan faktor skala k dan pusat dilatasi $(0, 0)$, maka bayangannya adalah (x', y') .

Dalam bentuk matriks, dilatasi dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Jika suatu titik (x, y) didilatasi dengan faktor skala k dan pusat dilatasi (a, b) , maka bayangannya adalah (x', y') .

Dalam bentuk matriks, dilatasi dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Contoh :

Silakan pilih jawaban yang menurut anda paling tepat.

1. Bayangan titik segitiga ABC dengan $A(1,4)$, $B(2,5)$, $C(3,3)$ didilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala 2 adalah...
 - (2, 6), (4, 10), (6, 6)
 - (3, 6), (4, 7), (5, 5)
 - (2, 8), (4, 10), (6, 6)
 - (1, 16), (4, 25), (9, 9)
 - (-1, 2), (0, 3), (1, 1)
2. Jika titik $A(2, 3)$ didilatasi dengan faktor skala 2 dan pusat dilatasi $(0, 0)$, maka bayangannya adalah...
 - (4, 5)
 - (4, 6)
 - (4, 9)
 - (0, 1)
 - (0, -1)

3. Bayangan titik A(2, 3) didilatasi dengan faktor skala 2 dan pusat dilatasi (1,1) adalah...
- A. (3,5)
 - B. (-3,5)
 - C. (7, 9)
 - D. (3,-5)
 - E. (4, 6)
4. Bayangan titik P(-2,4) jika didilatasikan (2,-1) dengan faktor skala 3 adalah...
- A. (-6,12)
 - B. (2, 8)
 - C. (-2, -8)
 - D. (6, -12)
 - E. (2, -8)
5. Diberikan kurva $y = 3x + 2$ dan dilatasi dengan faktor skala $k = 2$ dan pusat (0,0). Bayangan persamaan kurva setelah dilatasi adalah...
- A. $3x - y + 4 = 0$
 - B. $3x - y - 4 = 0$
 - C. $3x - y + 4 = 0$
 - D. $x - 3y + 4 = 0$
 - E. $x + 3y - 4 = 0$

SELAMAT BELAJAR

