

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Materi : Logaritma
Alokasi Waktu : 30 Menit

Petunjuk:

1. Diskusikan LKPD ini bersama anggota kelompok kalian
2. Isilah titik-titik pada setiap pertanyaan yang ada dengan teliti
3. Jika mengalami kesulitan dalam melakukan kegiatan, dapat bertanya kepada Guru.

A. Definisi Logaritma

$$a^b = c \Leftrightarrow {}^a\log c = b$$

B. Sifat – Sifat Logaritma

Ada 7 sifat pada logaritma ini yang akan membantu kamu dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan logaritma yaitu :

Sifat 1

$${}^a\log x + {}^a\log y = {}^a\log xy$$

Contoh :

Sederhanakanlah !

a. ${}^2\log 4 + {}^2\log 8$

b. ${}^3\log \frac{1}{9} + {}^3\log 81$

c. ${}^2\log 2\sqrt{2} + {}^2\log 4\sqrt{2}$

Jawab :

a. ${}^2\log 4 + {}^2\log 8 = {}^2\log 4 \cdot 8 = {}^2\log 32 = 5$

b. ${}^3\log \frac{1}{9} + {}^3\log 81 = {}^3\log \frac{1}{9} \cdot 81 = {}^3\log 9 = 2$

c. ${}^2\log 2\sqrt{2} + {}^2\log 4\sqrt{2} = {}^2\log 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = {}^2\log 16 = 4$

Sifat 2

$${}^a\log x - {}^a\log y = {}^a\log \frac{x}{y}$$

Contoh:

Sederhanakanlah!

a. ${}^2\log 16 - {}^2\log 8$

b. $\log 1.000 - \log 100$

c. ${}^3\log 18 - {}^3\log 6$

Jawab :

a. ${}^2\log 16 - {}^2\log 8 = {}^2\log \frac{16}{8} = {}^2\log 2 = 1$

b. $\log 1.000 - \log 100 = \log \frac{1000}{100} = \log 10 = 1$

c. ${}^3\log 18 - {}^3\log 6 = {}^3\log \frac{18}{6} = 1$

Sifat 3

$${}^a\log x^n = n \cdot {}^a\log x$$

Contoh :

Sederhanakan!

a. $2 \log 3 + 4 \log 3$

b. $2 \log a + 2 \log b$

Jawab:

a. $2 \log 3 + 4 \log 3 = \log 3^2 + \log 3^4$
 $= \log 9 + \log 81$
 $= \log 9 \cdot 81$
 $= \log 729$

b. $2 \log a + 2 \log b = \log a^2 + \log b^2$
 $= \log a^2 \cdot b^2$
 $= \log (ab)^2$

Ingat : $1. \log {}^2x = \log x \cdot \log x = (\log x)^2$

$$\log x^2 = 2 \log x$$

$$\text{Jadi } \log^2 x \neq \log x^2$$

$$2. \log^{-1} x = \frac{1}{\log x}$$

$$\log x^{-1} = \log \frac{1}{x} = -\log x$$

$$\text{Jadi } \log^{-1} x \neq \log x^{-1}$$

Sifat 4

$$a. {}^a \log x = \frac{{}^c \log x}{{}^c \log a}$$

$$b. {}^a \log a = \frac{1}{{}^a \log g}$$

Contoh :

$${}^3 \log 7 \times {}^7 \log 81$$

Jawab :

$$\begin{aligned} a. {}^3 \log 7 \times {}^7 \log 81 &= {}^3 \log 7 \times {}^7 \log 81 \\ &= \frac{\log 7}{\log 3} \times \frac{\log 81}{\log 7} \\ &= \frac{\log 3^4}{\log 3} \\ &= \frac{4 \log 3}{\log 3} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. {}^3 \log 7 \times {}^7 \log 81 &= \frac{1}{{}^7 \log 3} \times {}^7 \log 81 \\ &= \frac{{}^7 \log 3^4}{{}^7 \log 3} = \frac{\log 3^4}{\log 3} \\ &= {}^3 \log 3^4 = 4 \end{aligned}$$

Sifat 5

$$a^{a \log x} = x$$

Contoh :

$$\text{a. } 4^{2\log 5} = (2^2)^{2\log 5}$$

$$\text{b. } \sqrt{3}^{3\log 2} = (3^{1/2})^{3\log 2}$$

Jawab :

$$\text{a. } 4^{2\log 5} = (2^2)^{2\log 5} = (2^{2\log 5})^2 = 5^2 = 25$$

$$\text{b. } \sqrt{3}^{3\log 2} = (3^{1/2})^{3\log 2} = (3^{3\log 2})^{1/2} = 3^{3/2} = \sqrt{3}$$

Sifat 6

Perhatikan uraian berikut untuk menunjukkan sifat 6 logaritma ini :

$$\text{a. } a^{p^n} \log a^m = \frac{\log a^m}{\log p^n} = \frac{m \cdot \log a}{n \cdot \log p} = \frac{m}{n} {}^p \log a$$

b. Jika $m = n$ maka diperoleh :

$$a^{p^n} \log a^n = \frac{\log a^n}{\log p^n} = \frac{n \cdot \log a}{n \cdot \log p} = {}^p \log a$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa :

Untuk p dan a bilangan real positif $p \neq 1$ maka :

$$a^{p^n} \log a^m = \frac{m}{n} {}^p \log a$$

$$a^{p^n} \log a^n = {}^p \log a$$

Jika numerus dan bilangan pokok dipangkatkan dengan bilangan yang sama maka hasilnya tetap.

Contoh :

Hitunglah !

$$1. {}^8 \log 16$$

$$2. {}^8 \log 64$$

$$3. \text{ Jika } {}^3 \log 5 = a \text{ hitunglah } {}^{25} \log 27$$

Jawab :

$$1. {}^8\log 16 = {}^{2^3}\log 2^4 = \frac{4}{3} {}^2\log 2 = \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3}$$

$$2. {}^8\log 64 = {}^{2^3}\log 2^6 = \frac{6}{3} {}^2\log 2 = \frac{6}{3} \cdot 1 = 2$$

3. ${}^3\log 5 = a$, maka :

$${}^{25}\log 27 = {}^{5^2}\log 3^3 = \frac{3}{2} {}^5\log 3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{{}^3\log 5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{a} = \frac{3}{2a}$$

Sifat 7

Perhatikan uraian dibawah ini!

Misalkan $n = {}^p\log a$, maka $a = p^n$, oleh karena $n = {}^p\log a$, maka $p^n = p^{{}^p\log a} = a$ (karena $a = p^n$) sehingga disimpulkan :

$$\text{Untuk } p \text{ dan } a \text{ bilangan real } p \neq 1 \text{ maka } p^{{}^p\log a} = a$$

Contoh :

Sederhanakan !

a. $10^{\log x^2}$

b. $9^{3\log a}$

c. $\sqrt{27}^{9\log b}$

Jawab :

a. $10^{\log x^2} = 10^{10^{\log x^2}} = x^2$

b. $9^{3\log a} = 9^{3^2 \log a^2} = 9^{9\log a^2} = a^2$

c. $\sqrt{27}^{9\log b} = \sqrt{27}^{9\log b}$

$$\begin{aligned} &= \left[\left(3^3 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{9\log b} \\ &= \left[3^{\frac{3}{2}} \right]^{9\log b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[(3^2)^{\frac{3}{4}} \right]^{9 \log b} \longrightarrow \frac{3}{2} = 2 \times \frac{3}{4} \\
 &= \left[9^{9 \log b} \right]^{\frac{3}{4}} \longrightarrow (a^m)^n = (a^n)^m \\
 &= b^{\frac{3}{4}} \longrightarrow \text{sifat 7} \\
 &= \sqrt[4]{b^3} \longrightarrow \text{mengubah eksponen ke akar}
 \end{aligned}$$

C. Latihan Mandiri

Kerjakan soal berikut dengan jujur dan kerja keras.

1. Jika diketahui $\log x = a$ dan $\log y = b$, maka $\log \frac{10x^3}{y^2} = \dots$

a. $\frac{10a^3}{b^2}$

b. $\frac{30a}{2b}$

c. $10(3a - 2b)$

d. $10 + 3a - 2b$

e. $1 + 3a - 2b$

2. Nilai dari $\frac{1}{5} \log \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} \log 25 + 9^{3 \log 4}$ adalah ...

a. 6

b. 8

c. 10

d. 16

e. 22

3. Nilai dari ${}^3\log 6 + 2 \cdot {}^3\log 2$ adalah

4. Hasil dari $\frac{\log 2\sqrt{2} + \log \sqrt{3} + \log 18}{\log 6}$ adalah ...

a. $2^{1/2}$

b. 5

- c. 6
- d. 6^2
- e. 6^5

Jodohkanlah Soal berikut dengan jawaban yang benar

No	Soal	Jawaban
5	Jika ${}^3\log 5 = 1,465$ dan ${}^3\log 7 = 1,771$, maka ${}^3\log 105$ adalah ...	2,7781
6	Jika $\log 2 = 0,3010$ dan $\log 3 = 0,4771$, maka $\log 600$...	4,236