



Kurikulum  
Merdeka

# E-LKPD MATEMATIKA

## Turunan Fungsi Trigonometri



DISUSUN OLEH:  
AISYAH FITRI NOVITASARI

Nama Kelompok:

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FALKUTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER

**CAPAIAN PEMBELAJARAN:**

Diakhir fase F peserta didik dapat memahami turunan fungsi trigonometri dan sifat-sifatnya. Peserta didik juga dapat menentukan turunan dari fungsi trigonometri dan sifat-sifatnya. Peserta didik dapat mengidentifikasi masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi trigonometri dan sifat-sifatnya. Dan peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi trigonometri dan sifat-sifatnya

**TUJUAN PEMBELAJARAN:**

- Peserta didik secara berkelompok mampu menentukan solusi dari turunan fungsi trigonometri dengan menggunakan definisi turunan
- Peserta didik secara berkelompok mampu menggunakan prinsip turunan jumlah, selisih, pembagian dan perkalian ke fungsi trigonometri
- Peserta didik secara berkelompok mampu menggunakan aturan rantai dan menentukan turunan fungsi trigonometri untuk sudut  $(ax+b)$
- Menyelesaikan permasalahan kontekstual dengan menggunakan konsep turunan trigonometri

**PETUNJUK Pengerjaan LKPD:**

1. Pastikan perangkat terhubung ke internet.
2. Berdo'a sebelum memulai mengerjakan Lembar Kerja Peserta Didik (E-LKPD)
3. Buatlah kelompok yang beranggotakan 4 orang.
4. Lengkapi identitas dalam elektronik lembar kerja peserta didik (E-LKPD)
5. Baca dengan cermat bahan ajar sebelum mengerjakan E-LKPD
6. Kerjakan setiap pertanyaan sesuai instruksi dengan teliti
7. Jika mengalami kesulitan dalam menyelesaikan E-LKPD tanyakan kepada guru.





## ORIENTASI MASALAH



Jika  $f(x) = \sin x$ , bagaimana cara menentukan  $f'(x)$ ?

**Penyelesaian:**

Ingat kembali definisi turunan fungsi aljabar

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Jika  $f(x) = \sin x$ , maka  $f(x+h) = \sin(x+h)$

Ingat kembali rumus jumlah dua sudut untuk sinus

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

Lanjutkan penyelesaian tersebut menggunakan aturan limit!

## MENGORGANISASI SISWA

Setelah memahami masalah diatas, apa langkah selanjutnya yang kamu ambil untuk menyelesaikan masalah tersebut? Diskusikanlah bersama anggota kelompokmu!

## MEMBIMBING PENYELIDIKAN KELOMPOK

|                                                          |                                           |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ | Definisi Turunan                          |
|                                                          | Substitusi $f(x) = \sin x$                |
|                                                          | $\sin(x+h) = \sin x \cosh + \cos x \sinh$ |
|                                                          | Sifat Distributif                         |
|                                                          | Sifat Limit                               |
|                                                          | Sifat Limit                               |
|                                                          | Rumus Limit                               |
|                                                          | Hasil $f'(x)$                             |

Lakukan hal yang sama pada  $\cos x$ ,  $\tan x$ , dan  $\sec x$ !

## PENGEMBANGAN DAN PENYAJIAN HASIL KARYA

Jika  $k$  merupakan suatu konstanta dan  $u, v$  adalah fungsi dari  $x$  dan diturunkan, maka aturan pencarian turunan fungsi aljabar juga berlaku pada turunan fungsi trigonometri.

### Recall

Aturan Jumlah, Selisih Perkalian, pembagian dengan Konstanta

|                      |               |                                   |
|----------------------|---------------|-----------------------------------|
| $f(x) = ku$          | $\rightarrow$ | $f'(x) = k u'$                    |
| $f(x) = u + v$       | $\rightarrow$ | $f'(x) = u' + v'$                 |
| $f(x) = u - v$       | $\rightarrow$ | $f'(x) = u' - v'$                 |
| $f(x) = u \cdot v$   | $\rightarrow$ | $f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$ |
| $f(x) = \frac{u}{v}$ | $\rightarrow$ | $f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$   |

**Gunakan aturan turunan fungsi aljabar!**

a.  $f(x) = \sin x - \cos x$

b.  $f(x) = 2 \tan x + 3x$

c.  $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$

Jika  $f$  dan  $g$  keduanya fungsi fungsi yang dapat di turunkan dan  $F = f \circ g$  adalah fungsi komposisi yang didefinisikan oleh  $F = f(g(x))$ , maka  $F$  dapat diturunkan menjadi  $F'$  yang diberikan oleh hasil kali

$$F'(x) = f'(g(x))g'(x) \quad (1)$$

Dalam notasi Leibniz, jika  $y = f(u)$  dan  $u = g(x)$  keduanya fungsi yang dapat diturunkan, maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \quad (2)$$

### Didapatkan

#### Aturan Rantai

$$\begin{aligned} y = k u^n &\Rightarrow y' = k n u^{n-1} \cdot u' \\ y = \sin u &\Rightarrow y' = \cos u \cdot u' \\ y = \cos u &\Rightarrow y' = -\sin u \cdot u' \\ y = \tan u &\Rightarrow y' = \sec^2 u \cdot u' \\ y = \cot u &\Rightarrow y' = -\csc^2 u \cdot u' \\ y = \sec u &\Rightarrow y' = \sec u \tan u \cdot u' \\ y = \csc u &\Rightarrow y' = -\csc u \cot u \cdot u' \end{aligned}$$

dengan  $k$  kostanta dan  $u = u(x)$

Dengan aturan rantai, carilah turunan pertamanya!

$$y = \cos(3x^2 - 5)$$

Alasan untuk nama "Aturan Rantai" menjadi jelas pada waktu membuat rantai yang lebih panjang dengan cara menambahkan mata rantai lain. Andaikan bahwa  $y = f(u)$ ,  $u = g(v)$ ,  $v = h(x)$  dengan fungsi  $f, g$  dan  $h$  dapat diturunkan. Maka, untuk menghitung turunan  $y$  terhadap  $x$ , gunakan Aturan rantai dua kali.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dv} \frac{dv}{dx}$$

### Didapatkan

#### Aturan Rantai

$$\begin{aligned} y = \sin^n u &\Rightarrow y' = n \sin^{n-1} u \cdot \cos u \cdot u' \\ y = \cos^n u &\Rightarrow y' = -n \cos^{n-1} u \cdot \sin u \cdot u' \\ y = \tan^n u &\Rightarrow y' = n \tan^{n-1} u \cdot \sec^2 u \cdot u' \\ y = \cot^n u &\Rightarrow y' = -n \cot^{n-1} u \cdot \csc^2 u \cdot u' \\ y = \sec^n u &\Rightarrow y' = n \sec^{n-1} u \cdot \sec u \tan u \cdot u' \\ y = \csc^n u &\Rightarrow y' = -n \csc^{n-1} u \cdot \csc u \cot u \cdot u' \end{aligned}$$

dengan  $u = u(x)$

Dengan aturan rantai dua kali, carilah turunan pertamanya!

$$y = \sin^3 (2x^2 - 3x)$$

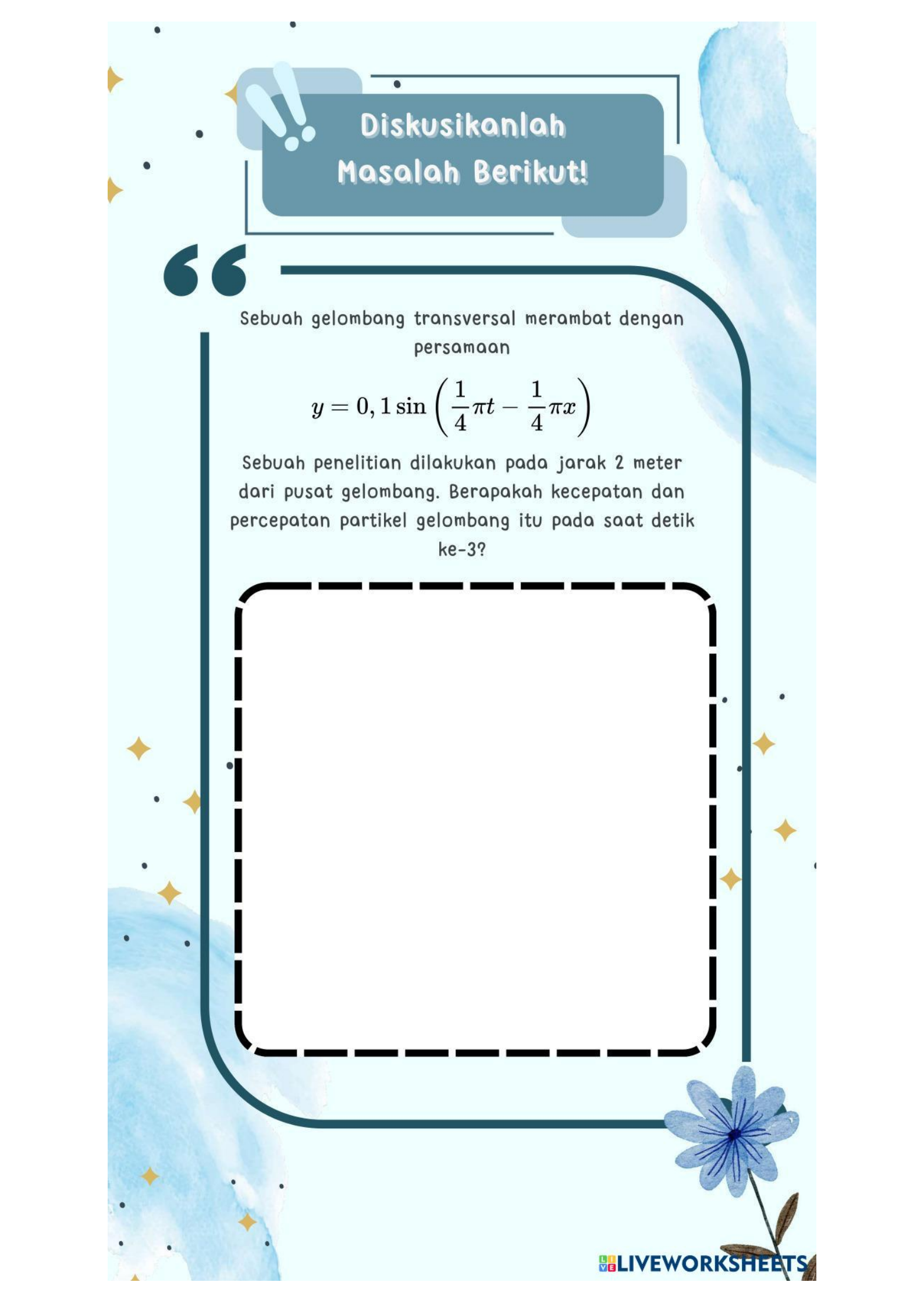
Dengan menggunakan cara telah dipelajari pada turunan pertama,  
carilah turunan kedua berikut!



**a.**  $y = x \cos x$

**b.**  $y = \cos^2 x$

**c.**  $y = \sin (3x + \pi)$



## Diskusikanlah Masalah Berikut!

“Sebuah gelombang transversal merambat dengan persamaan

$$y = 0,1 \sin \left( \frac{1}{4} \pi t - \frac{1}{4} \pi x \right)$$

Sebuah penelitian dilakukan pada jarak 2 meter dari pusat gelombang. Berapakah kecepatan dan percepatan partikel gelombang itu pada saat detik ke-3?

## ANALISIS DAN EVALUASI

berdasarkan apa yang sudah kalian pelajari hari ini, kesimpulan apa yang bisa kalian ambil?

Untuk mengetahui informasi tentang turunan fungsi trigonometri, simak video berikut ini!

