

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LKPD

MATEMATIKA

Sistem Persamaan linear Tiga Variabel
(SPLTV)

Kelas :

Nama Anggota Kelompok :

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____

1²3



X

(Sepuluh)
Semester 1/Ganjil

A. Identitas LKPD

Sekolah : SMAN 1 Sumber
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : X (Sepuluh)
Materi Pokok : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel
Alokasi Waktu : 20 Menit

B. Capaian Pembelajaran

- Di akhir fase E, peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

C. Tujuan Pembelajaran

- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

D. Petunjuk Pengerjaan

- Berdoa sebelum memulai kegiatan belajar
- Tuliskan identitas kelompok
- Bacalah LKPD kelompok
- Bacalah tiap intruksi yang diberikan pada kegiatan pembelajaran dengan baik.
- Kerjakan LKPD secara berurutan dengan cermat dan teliti.
- Diskusikan bersama anggota kelompok setiap pertanyaan yang ada di LKPD.
- Tanyakan kepada guru jika ada kesulitan
- Setelah berdiskusi, siswa mempresentasikan hasil diskusi

C. Materi

Sebelum menjawab soal, mari kita simak dan pahami materi dengan baik agar dapat menemukan solusi yang tepat dan efektif.



Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel Metode Determinan

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 7 \\ 3x - y + z = 4 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Determinan variabel y

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (4 + 14 + (-36)) - (21 + 4 + (-24)) = -18$$

$$D = -19 \quad D_x = -38$$

C. Permasalahan 1

Andi, Budi dan Candra pergi ke toko alat tulis. Mereka membeli tiga jenis barang, yaitu buku tulis, pulpen dan penggaris. Andi membeli 2 buku tulis, 1 pulpen dan 3 penggaris lalu ia membayar Rp19.500,00. Budi membeli 3 buku tulis, 2 pulpen dan 1 penggaris dengan membayar Rp24.000,00. Candra membeli 1 buku tulis, 2 pulpen dan 2 penggaris dengan membayar Rp16.000,00. Tentukan masing-masing harga buku, pulpen dan penggaris di toko tersebut?

Tahap penyelesaian

• Metode Eliminasi

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Pulpen

z = Harga 1 Penggaris

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 2y + 2z = 16.000 \quad \text{---}$$

$$2x - z = 8.000$$

$$2x - z = 8.000 \dots\dots\dots(4)$$

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$$2x + y + 3z = 19.500 \times 2$$

$$3x + 2y + z = 24.000 \times 1$$

$$4x + 2y + 6z = 39.000 \quad \text{---}$$

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} x + 5z & = & 15.000 \times 1 \\ 2x - z & = & 8.000 \times 5 \\ x + 5z & = & 15.000 \\ 10x - 5z & = & 40.000 \quad + \\ \hline 11x & = & 55.000 \\ x & = & \frac{55.000}{11} \\ x & = & 5.000 \end{array}$$

Langkah 4

Eliminasi y pada persamaan (2) dan persamaan (3)

$$\begin{array}{rcl} x + 5z & = & 15.000 \times 2 \\ 2x - z & = & 8.000 \times 1 \\ 2x + 10z & = & 30.000 \\ 2x - z & = & 8.000 \quad - \\ \hline 11z & = & 22.000 \\ z & = & \frac{22.000}{11} \\ z & = & 2.000 \end{array}$$

Langkah 5

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)

Persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + 3z & = & 19.500 \times 1 \\ x + 2y + 2z & = & 16.000 \times 2 \\ 2x + y + 3z & = & 19.500 \\ 2x + 4y + 4z & = & 32.000 \quad - \\ \hline -3y - z & = & -12.500 - \\ 3y + z & = & 12.500 \dots\dots\dots(6) \end{array}$$

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)
Persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y + z & = & 24.000 \times 1 \\ x + 2y + 2z & = & 16.000 \times 3 \\ 3x + 2y + z & = & 24.000 \\ \hline 3x + 6y + 6z & = & 48.000 \quad \text{---} \\ -4y - 5z & = & -24.000 \quad \times -1 \\ \hline 4y + 5z & = & 24.000 \quad \text{.....(7)} \end{array}$$

Langkah 6

Eliminasi variabel z (untuk mencari y)
Persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{rcl} 3y + z & = & 12.500 \times 5 \\ 4y + 5z & = & 24.000 \times 1 \\ 15y + 5z & = & 62.500 \\ 4y + 5z & = & 24.000 \\ \hline 11y & = & 38.500 \quad \text{---} \\ y & = & \frac{38.500}{11} \\ y & = & 3.500 \end{array}$$

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Substitusi

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Buah

z = Harga 1 Buah

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Pilih satu persamaan sederhana dari persamaan (1), (2) atau (3), kemudian nyatakan x sebagai fungsi y dan z , atau y sebagai fungsi x dan z , atau z sebagai fungsi x dan y .

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

$$x = 16.000 - 2y - 2z \dots\dots\dots(4)$$

Langkah 3

Substitusikan y atau x atau z yang diperoleh dari langkah kedua ke persamaan lainnya sehingga didapat persamaan dua variabel.

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1)

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

$$2(16.000 - 2y - 2z) + y + 3z = 19.500$$

$$32.000 - 4y - 4z + y + 3z = 19.500$$

$$-3y - z = 19.500 - 32.000$$

$$-3y - z = -12.500$$

$$3y + z = 12.500$$

$$z = 12.500 - 3y \dots\dots\dots(5)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (2)

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 24.000 \dots\dots\dots(2) \\ 3(16.000 - 2y - 2z) + 2y + z &= 24.000 \\ 48.000 - 6y - 6z + 2y + z &= 24.000 \\ -4y - 5z &= 24.000 - 48.000 \\ -4y - 5z &= -24.000 \\ 4y + 5z &= 24.000 \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (6)

$$\begin{aligned} 4y + 5z &= 24.000 \dots\dots\dots(6) \\ 4y + 5(12.500 - 3y) &= 24.000 \\ 4y + 62.500 - 15y &= 24.000 \\ -11y &= 24.000 - 62.500 \\ -11y &= -38.500 \\ 11y &= 38.500 \\ y &= \frac{38.500}{11} \\ y &= 3.500 \end{aligned}$$

Langkah 4

Substitusikan nilai y ke persamaan (5)

$$\begin{aligned} z &= 12.500 - 3y \dots\dots\dots(5) \\ z &= 12.500 - 3(3.500) \\ z &= 12.500 - 10.500 \\ z &= 2.000 \end{aligned}$$

Langkah 5

Substitusikan nilai y dan z ke persamaan (3)

$$\begin{aligned} x + 2y + 2z &= 16.000 \dots\dots\dots(3) \\ x + 2(3.500) + 2(2.000) &= 16.000 \\ x + 7.000 + 4.000 &= 16.000 \\ x + 11.000 &= 16.000 \\ x &= 16.000 - 11.000 \\ x &= 5.000 \end{aligned}$$

Kesimpulan

Didapatkan:

x = Harga Buku = 5.000

y = Harga Pulpen = 3.500

z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Campuran

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Buah

z = Harga 1 Buah

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 2y + 2z = 16.000 \quad \text{—}$$

$$2x - z = 8.000$$

$$2x - z = 8.000 \dots\dots\dots(4)$$

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$$2x + y + 3z = 19.500 \times 2$$

$$3x + 2y + z = 24.000 \times 1$$

$$4x + 2y + 6z = 39.000 \quad \text{---}$$

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$$x + 5z = 15.000 \times 1$$

$$2x - z = 8.000 \times 5$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$10x - 5z = 40.000 \quad \text{---}$$

$$11x = 55.000$$

$$x = 55.000$$

$$11$$

$$x = 5.000$$

Langkah 4

Substitusikan nilai x ke persamaan (5)

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

$$5.000 + 5z = 15.000$$

$$5z = 15.000 - 5.000$$

$$5z = 10.000$$

$$z = \frac{10.000}{5}$$

$$5$$

$$z = 2.000$$

Langkah 5

Substitusikan nilai x dan z ke persamaan (3)

$$\begin{aligned}x + 2y + 2z &= 16.000 \dots\dots\dots(3) \\5.000 + 2y + 2(2.000) &= 16.000 \\5.000 + 2y + 4.000 &= 16.000 \\2y + 9.000 &= 16.000 \\2y &= 16.000 - 9.000 \\2y &= 7.000 \\y &= \frac{7.000}{2} \\y &= 3.500\end{aligned}$$

Kesimpulan

Didapatkan:

x = Harga Buku = 5.000

y = Harga Pulpen = 3.500

z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Determinan

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Buah

z = Harga 1 Buah

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$x + y + z = \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + y + z = \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengubah SPLTV ke bentuk matriks

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & x \\ 3 & 2 & 1 & y \\ 1 & 2 & 2 & z \end{array} = \begin{array}{c} 19.500 \\ 24.000 \\ 16.000 \end{array}$$

Langkah 3

Menentukan nilai D

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$
$$D = [(2)(2)(2) + (1)(1)(1) + (3)(3)(2)] - [(1)(2)(3) + (2)(1)(2) + (2)(3)(1)]$$
$$D = [8 + 1 + 18] - [6 + 4 + 6]$$
$$D = [27] - [16]$$
$$D = 11$$

Langkah 4

Menentukan nilai Dx

$$Dx = \begin{vmatrix} 19.500 & 1 & 3 \\ 24.000 & 2 & 1 \\ 16.000 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$
$$Dx = [(19.500)(2)(2) + (1)(1)(16.000) + (3)(24.000)(2)] - [(16.000)(2)(3) + (2)(1)(19.500) + (2)(24.000)(1)]$$
$$Dx = [78.000 + 16.000 + 144.000] - [96.000 + 39.000 + 48.000]$$
$$Dx = [238.000] - [183.000]$$
$$Dx = 55.000$$

Langkah 5

Menentukan nilai Dy

$$Dy = \begin{vmatrix} 2 & 19.500 & 3 \\ 3 & 24.000 & 1 \\ 1 & 16.000 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 19.500 \\ 3 & 24.000 \\ 1 & 16.000 \end{vmatrix}$$

$$Dy = [(2) (24.000) (2) + (19.500) (1) (1) + (3) (3) (16.000)] - [(1) (24.000) (3) + (16.000)(1) (2) + (2) (3) (19.500)]$$

$$Dx = [96.000 + 19.500 + 144.000] - [72.000 + 32.000 + 117.000]$$

$$Dx = [259.500] - [221.000]$$

$$Dx = 38.500$$

Langkah 6

Menentukan nilai Dz

$$Dz = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 19.500 \\ 3 & 2 & 24.000 \\ 1 & 2 & 16.000 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$Dz = [(2) (2) (16.000) + (1) (24.000) (1) + (19.500) (3) (2)] - [(1) (2) (19.500) + (2) (24.000) (2) + (16.000) (3) (1)]$$

$$Dz = [64.000 + 24.000 + 117.000] - [39.000 + 96.000 + 48.000]$$

$$Dz = [205.000] - [183.000]$$

$$Dz = 22.000$$

Langkah 7

Menentukan nilai x, y, dan z

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{55.000}{11} = 5.000$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{38.500}{11} = 3.500$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{22.000}{11} = 2.000$$

Kesimpulan

Didapatkan:

$x = \text{Harga Buku} = 5.000$

$y = \text{Harga Pulpen} = 3.500$

$z = \text{Harga Penggaris} = 2.000$