

MAN 1 KOTA SERANG

KELAS 12

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

APERSEPSI TURUNAN FUNGSI ALJABAR



NAMA :

.....

KELAS :

.....



KOMPETENSI DASAR

- KD 3.31 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi limit fungsi atau sifat-sifat turunan serta penerapannya.
- KD 4.31 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar.



TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat menjelaskan apa itu turunan fungsi aljabar.
2. Siswa dapat mengidentifikasi notasi turunan dari fungsi aljabar.
3. Siswa dapat menghitung turunan dari fungsi aljabar menggunakan aturan turunan yang tepat.
4. Siswa dapat menggunakan Geogebra untuk menggambar grafik fungsi.
5. Siswa dapat menunjukkan grafik saat fungsi tersebut diturunkan menggunakan Geogebra.
6. Siswa dapat menjelaskan sifat-sifat grafik berdasarkan nilai turunan.



PETUNJUK

1. Pelajari materi turunan fungsi aljabar di bawah ini sebelum mengerjakan aktivitas-aktivitas terlampir.
2. Cermati aktivitas-aktivitas yang diberikan dengan perlahan.
3. Ikuti perintah yang diberikan dalam setiap aktivitas.
4. Jawablah setiap pertanyaan baik Quiz yang disediakan maupun dalam LKPD dengan cermat.
5. Jawablah setiap pertanyaan di tempat yang telah disediakan dengan baik.
6. Jika menemukan kesulitan, bertanyalah kepada guru/pembimbing.
7. Jangan lupa klik FINISH jika telah selesai mengerjakan.



MATERI

Apakah anda masih ingat dengan materi turunan fungsi aljabar? Secara definisi, turunan fungsi (diferensial) adalah fungsi lain dari suatu fungsi sebelumnya, contohnya fungsi f dijadikan f' yang mempunyai nilai tidak memakai aturan dan hasil dari fungsi akan berubah sesuai dengan variabel yang dimasukan, atau secara umum suatu besaran yang berubah seiring perubahan besaran lainnya. Proses dalam menemukan turunan disebut sebagai diferensiasi. Lalu untuk pengertian turunan aljabar adalah perluasan dari materi limit fungsi.

Notasi turunan fungsi aljabar seperti berikut:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = y' = f'(x)$$

Seperti yang telah disebutkan di atas, jika turunan fungsi aljabar merupakan perluasan dari materi limit fungsi sehingga dapat didefinisikan seperti berikut:

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Rumus Turunan Fungsi Aljabar

- Turunan Fungsi Pangkat

Bentuk dari fungsi pangkat adalah $f(x) = x^n$, sehingga turunannya adalah $f'(x) = nx^{n-1}$

Contoh. $f(x) = x^7 \rightarrow f'(x) = 7x^6$

- Turunan Hasil Kali Fungsi

Bentuk dari fungsi kali adalah $f(x) = u(x) \cdot v(x)$, sehingga turunannya adalah $f'(x) = u'(x) v(x) + u(x) v'(x)$

Contoh. $f(x) = x^7 y^2 \rightarrow u = x^7 \quad v = y^2$
 $u' = 7x^6 \quad v' = 2y$

Maka, $f'(x) = 7x^6 y^2 + x^7 2y$

- Turunan Fungsi Pembagian

Bentuk untuk fungsi pembagian adalah $f(x) = \frac{u}{v}$, sehingga turunannya adalah $f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Contoh. $f(x) = \frac{x^7}{y^2} \rightarrow u = x^7 \quad v = y^2$
 $u' = 7x^6 \quad v' = 2y$

Maka, $f'(x) = \frac{7x^6 y^2 - x^7 2y}{y^4}$

- Turunan Pangkat dari Fungsi

Bentuk pangkat untuk sebuah fungsi adalah $f(x) = [u(x)]^n$, sehingga turunannya adalah $f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$

Contoh. $f(x) = (2x - 1)^2 \rightarrow u = 2x - 1$
 $u' = 2$

Maka, $f'(x) = 2(2x - 1)^1 \cdot 2$
 $= 4(2x - 1)$

Berikut contoh-contoh sederhana lainnya:



- Turunan Trigonometri

$$y = \sin x \rightarrow y' = \cos x$$

$$y = \cos x \rightarrow y' = -\sin x$$

$$y = \tan x \rightarrow y' = \sec^2 x$$

$$y = \cot x \rightarrow y' = -\csc^2 x$$

$$y = \sec x \rightarrow y' = \tan x \sec x$$

$$y = \csc x \rightarrow y' = \csc x \cot x$$

$$y = \sin^n x \rightarrow y' = n \sin^{n-1} x \cos x$$

$$y = \cos^n x \rightarrow y' = -n \cos^{n-1} x \sin x$$

$$y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$$

$$y = \cos u \rightarrow y' = u' \sin u$$

$$y = \tan u \rightarrow y' = u' \sec^2 u$$

$$y = \cot u \rightarrow y' = -u' \csc^2 u$$

$$y = \sec u \rightarrow y' = u' \sec u \tan u$$

$$y = \csc u \rightarrow y' = u' \csc u \cot u$$

$$y = \sin^n u \rightarrow y' = n \cdot u' \sin^{n-1} u \cos u$$

$$y = \cos^n u \rightarrow y' = -n \cdot u' \cos^{n-1} u \sin u$$

Aplikasi Turunan Fungsi Aljabar

Konsep selanjutnya yang perlu dipelajari tentang turunan fungsi aljabar adalah tentang aplikasi turunan fungsi aljabar. Terdapat beberapa contoh turunan fungsi aljabar yang mana dari setiap aplikasinya terdapat konsep masing-masing yang perlu dipahami. Berikut merupakan aplikasi turunan fungsi aljabar:

1. Menentukan gradien garis singgung suatu kurva

Gradien garis singgung (m) pada suatu kurva $y = f(x)$ dirumuskan sebagai: $M = y' = f'(x)$

2. Menentukan interval fungsi naik dan fungsi turun

- a. Syarat interval fungsi naik : $f'(x) > 0$

- b. Syarat interval fungsi turun : $f'(x) < 0$

3. Menentukan nilai stasioner suatu fungsi dan jenisnya

Jika fungsi $y = f(x)$ kontinu dan diferensiabel di $x = a$ dan $f'(x) = 0$, maka fungsi memiliki nilai stasioner di $x = a$. Jenis nilai stasioner dari fungsi $y = f(x)$ dapat berupa nilai balik minimum, nilai balik maksimum, atau nilai belok.

Jenis nilai stasioner ini bisa ditentukan dengan menggunakan turunan kedua dari fungsi tersebut.

- Nilai maksimum: $f'(x) = 0$ dan $f''(x) < 0$

Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) < 0$, maka $f(x_1)$ adalah nilai balik maksimum dari fungsi $y = f(x)$ dan titik $(x_1, f(x_1))$ adalah titik balik maksimum dari kurva $y = f(x)$.

- Nilai minimum: $f'(x) = 0$ dan $f''(x) > 0$

Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) > 0$, maka $f(x_1)$ adalah nilai balik minimum dari fungsi $y = f(x)$ dan titik $(x_1, f(x_1))$ adalah titik balik minimum dari kurva $y = f(x)$.

- Nilai belok: $f'(x) = 0$ dan $f''(x) = 0$

Jika $f'(x_1) = 0$ dan $f''(x_1) = 0$, maka $f(x_1)$ adalah nilai belok dari fungsi $y = f(x)$ dan titik $(x_1, f(x_1))$ adalah titik belok dari kurva $y = f(x)$.

4. Menyelesaikan soal limit berbentuk tak tentu

Jika limit merupakan limit berbentuk tak tentu $0/0$, maka penyelesaiannya dapat menggunakan turunan, yaitu $f(x)$ dan $g(x)$ pada masing-masing turunan. Jika dengan turunan pertama sudah dihasilkan bentuk tertentu, maka bentuk tertentu itu adalah penyelesaiannya. Tetapi jika dengan turunan pertama masih dihasilkan bentuk tak tentu, maka masing-masing $f(x)$ dan $g(x)$ diturunkan lagi sampai diperoleh hasil berbentuk tertentu.

Berikut untuk lebih jelasnya terkait aplikasi/penerapan turunan fungsi aljabar dan trigonometri;

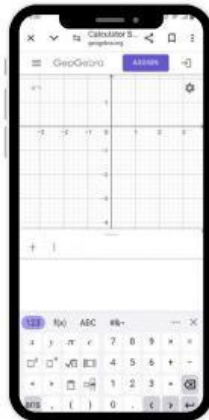




AKTIVITAS 1

Sebelum melaksanakan aktivitas pertama, terlebih dahulu siapkan Geogebra (berupa Web maupun Aplikasi).

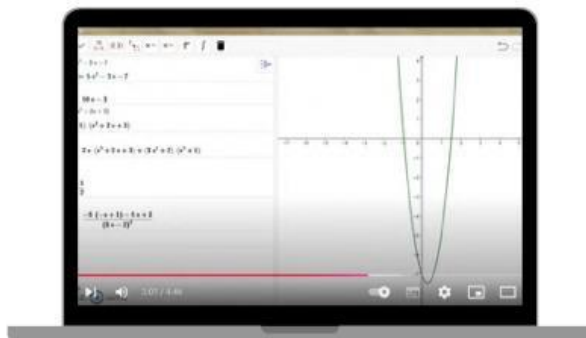
- Klik gambar sebelah kiri untuk membuka Web Geogebra.
- Klik gambar sebelah kanan untuk mengunduh Aplikasi Geogebra.



VS



Agar semakin lancar dalam menggunakan Geogebra, silahkan klik video tutorial penggunaan Geogebra pada materi turunan fungsi aljabar dan aplikasi turunan fungsi aljabar berikut.



Apakah Anda sudah cukup paham cara pengaplikasiannya pada Geogebra?

Berikan alasan Anda memilih Sudah/Belum paham mengaplikasikan Geogebra!



AKTIVITAS 2

Setelah Anda memahami materi turunan fungsi aljabar dengan baik, maka cobalah untuk mengerjakan beberapa latihan soal berbentuk Quiz berikut dengan memilih jawaban yang tepat.



Setelah mengerjakan Quiz tersebut, berikan kesimpulanmu terkait turunan suatu fungsi secara singkat.

Tuliskan turunan pertama dari fungsi berikut menggunakan aturan turunan!

$$h(x) = 5x^6 - 8x^3 + 12x - 9$$

Jawab.



AKTIVITAS 3

Jawablah soal-soal penerapan turunan fungsi aljabar di bawah ini dengan mengisi jawaban pada space kotak yang sudah disediakan.

- Turunan pertama dari $f(x) = (3x^2 - 2)(4x + 1)$ adalah ...

Jawab.

Misal, $u = 3x^2 - 2 \rightarrow u' = \underline{\hspace{2cm}}$

$v = 4x + 1 \rightarrow v' = \underline{\hspace{2cm}}$

Maka berdasarkan turunan hasil kali fungsi, turunan pertama dari fungsi tersebut adalah $f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$

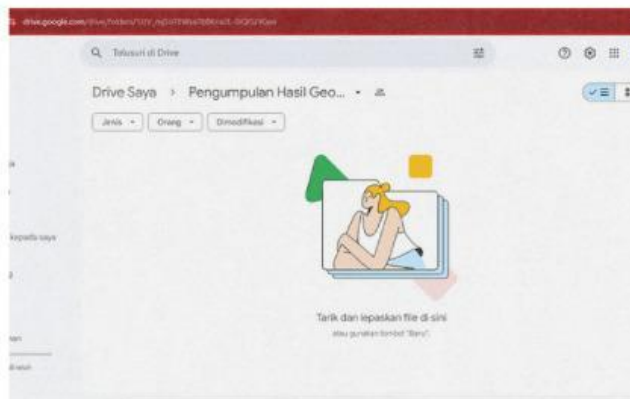
$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}(4x + 1) + (3x^2 - 2)\underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(x) = 24x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 12x^2 - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(x) = 36x^2 + \underline{\hspace{2cm}}$$

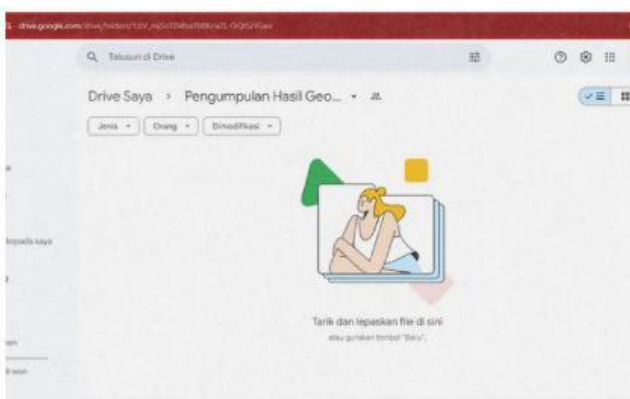
- Gambarlah grafik fungsi $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ menggunakan geogebra! (upload hasil grafik, klik gambar)

Jawab.



- Buatlah grafik dari fungsi aljabar $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$

Jawab.





AKTIVITAS 4

Analisislah beberapa permasalahan turunan fungsi aljabar di bawah ini dengan mengisi jawaban pada space kotak yang sudah disediakan.

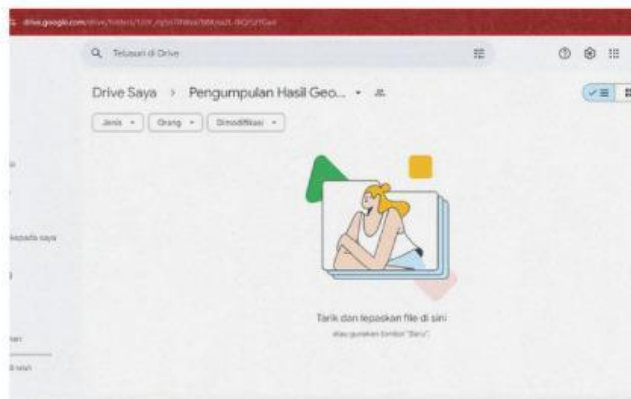
- Diberikan grafik fungsi $f(x)$ dan grafik turunannya $f'(x)$. Analisislah grafik fungsi $f(x)$. Sebutkan titik maksimum, titik minimum, dan interval di mana fungsi tersebut meningkat dan menurun!

Jawab.

- Diberikan fungsi $f(x) = x^2 - 4x + 3$

a. Gambarkan grafik fungsi $f(x)$

Jawab.



b. Tentukan turunan pertama dari fungsi tersebut

Jawab. $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

c. Tentukan titik stasioner dari grafik fungsi $f(x)$ dan apakah titik tersebut merupakan maksimum atau minimum

Jawab. Titik stasioner ditemukan dengan menyetarakan

$$f'(x) = 0. \text{ Maka:}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$$

Untuk menentukan apakah titik ini maksimum atau minimum, lihat bahwa grafik $f(x)$ adalah parabola terbuka ke atas, sehingga $x = \underline{\hspace{2cm}}$ adalah titik minimum.