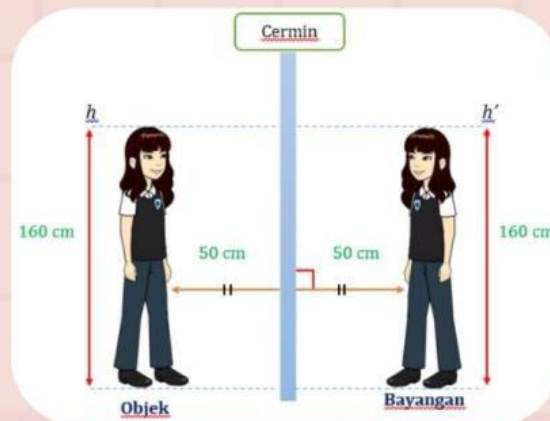
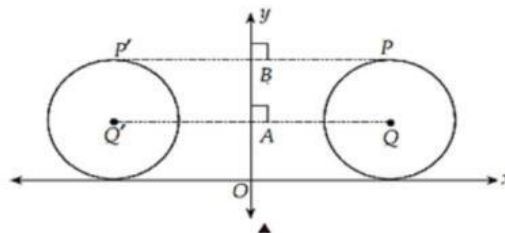


2. REFLEKSI (PENCERMINAN)



Refleksi atau pencerminan adalah perpindahan titik suatu objek pada bidang sesuai dengan sifat pembentukan bayangan pada cermin datar. Pada prinsipnya, refleksi hampir sama dengan translasi, yaitu pergeseran. Hanya saja, pada refleksi memiliki sifat-sifat tertentu sedemikian sehingga posisi akhir objeknya merupakan hasil pencerminan objek awalnya. Sekarang perhatikan lingkaran Q yang dicerminkan terhadap sumbu- y berikut ini.



Dari gambar tersebut, kalian dapat mengatakan bahwa:

- Lingkaran Q kongruen dengan bayangannya, yaitu lingkaran Q' .
- Jarak setiap titik pada lingkaran Q ke cermin sama dengan jarak setiap titik bayangannya ke cermin, yaitu $QA = Q'A$ dan $PB = P'B$.
- Sudut yang dibentuk oleh cermin dengan garis yang menghubungkan setiap titik ke bayangannya adalah sudut siku-siku.

Berikut sifat-sifat refleksi

- Jarak antara titik awal objek ke cermin sama dengan jarak titik akhir objek ke cermin.
- -Garis penghubung antara objek awal dan akhirnya selalu tegak lurus cermin. Jika dicerminkan terhadap sumbu- x , maka garis penghubungnya tegak lurus terhadap sumbu- x . Jika dicerminkan terhadap sumbu- y , garis penghubungnya juga tegak lurus terhadap sumbu- y .
- -Sumbu- x atau sumbu- y dianalogikan sebagai cermin atau pusat refleksi.

Refleksi bisa dilakukan terhadap sumbu- x maupun sumbu- y . Pada refleksi ini, sumbu- x atau sumbu- y bisa dianalogikan sebagai cermin. **Persamaan umum refleksi dinyatakan sebagai berikut.**

No.	Pencerminan Terhadap	Titik Koordinat Bayangan
1.	Sumbu x	$(x, -y)$
2.	Sumbu y	$(-x, y)$
3.	Titik Asal $O(0, 0)$	$(-x, -y)$
4.	Garis $y = x$	(y, x)
5.	Garis $y = -x$	$(-y, -x)$
6.	Garis $y = h$	$(2h - x, y)$
7.	Garis $y = k$	$(x, 2k - y)$

Atau bisa dijabarkan seperti berikut ini:

REFLEKSI TERHADAP SUMBU X

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu x menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh 1

Jika titik $B(2, 5)$ dicerminkan terhadap sumbu x maka bayangan titik B adalah ...

Pembahasan

$$B(2, 5) \xrightarrow{M_x} B'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah $B'(2, -5)$

Contoh 2

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu x maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(x') - 2(-y') - 5 = 0$$

$$3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah

$$3x + 2y - 5 = 0$$

REFLEKSI TERHADAP SUMBU Y

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu y menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh 1

Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu y maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(4, -3)$

Contoh 2

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu y maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan

$$3x - 2y - 5 = 0 \text{ sehingga}$$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = y'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(y') - 5 = 0$$

$$-3x' - 2y' - 5 = 0$$

$$3x + 2y + 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis l adalah

$$3x + 2y + 5 = 0$$

REFLEKSI TERHADAP TITIK ASAL O (0,0)

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap titik asal O (0,0) menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh 1

Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap titik asal O (0,0) maka bayangan titik A adalah ...

Pembahasan

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(4, 3)$

Contoh 2

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap titik asal O (0,0) maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi $x = -x'$ dan $y = -y'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(-y') - 5 = 0$$

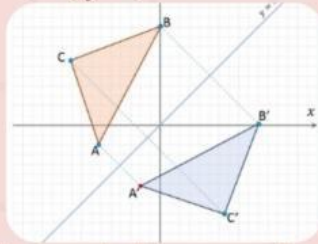
$$-3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi persamaan bayangan garis l adalah $-3x' + 2y' - 5 = 0$

REFLEKSI TERHADAP GARIS $y = x$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Contoh 1

Jika titik $P(-5, 4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(4, -5)$

Contoh 2

Jika garis $l: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y') \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = x \rightarrow x = y'$$

Substitusi $x = y'$ dan $y = x'$ ke persamaan garis l

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(y') - 2(x') - 5 = 0$$

$$3y' - 2x' - 5 = 0$$

$$-2x' + 3y' - 5 = 0$$

$$-2x + 3y - 5 = 0$$

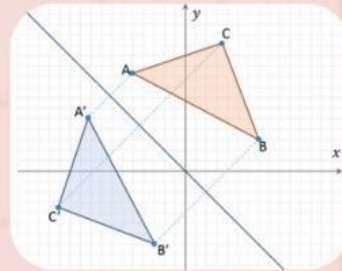
Jadi persamaan bayangan garis l adalah

$$-2x + 3y - 5 = 0$$

REFLEKSI TERHADAP GARIS $y = -x$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Contoh 1

Jika titik $P(-5, 4)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka bayangan titik P adalah

Pembahasan

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-4, 5)$

Contoh 2

Jika garis $g: 4x - 3y + 11 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka hasil bayangan garis l adalah ...

Pembahasan

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $4x - 3y + 11 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -y \rightarrow y = -x'$$

$$y' = -x \rightarrow x = -y'$$

Substitusi $x = -y'$ dan $y = -x'$ ke persamaan garis l

$$4x - 3y + 11 = 0$$

$$4(-y') - 3(-x') + 11 = 0$$

$$-4y' + 3x' + 11 = 0$$

$$3x' - 4y' + 11 = 0$$

$$3x - 4y + 11 = 0$$

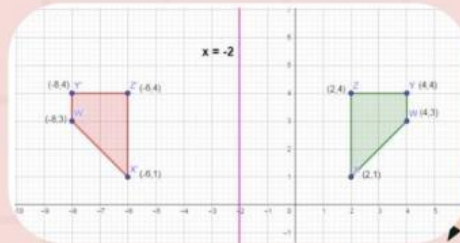
Jadi persamaan bayangan garis g adalah

$$3x - 4y + 11 = 0$$

REFLEKSI TERHADAP GARIS $x = h$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = h$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$



Contoh

Jika titik $P(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $x = 2$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan

$$P(5, 2) \xrightarrow{M_{x=2}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 + 4 \\ 2 + 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(-1, 2)$

REFLEKSI TERHADAP GARIS $x = k$

Titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $y = k$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=k}} A'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$

Contoh

Jika titik $P(5, 2)$ dicerminkan terhadap garis $y = 2$ maka bayangan titik P adalah ...

Pembahasan

$$P(5, 2) \xrightarrow{M_{y=2}} P'(x', y')$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 0 \\ -2 + 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik P adalah $P'(5, 2)$

LATIHAN

