# LKPD 1 - LINGKARAN

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

SMA LABSCHOOL UPI CIBIRU

Collaborative and Innovative School

Kelas : ______________________

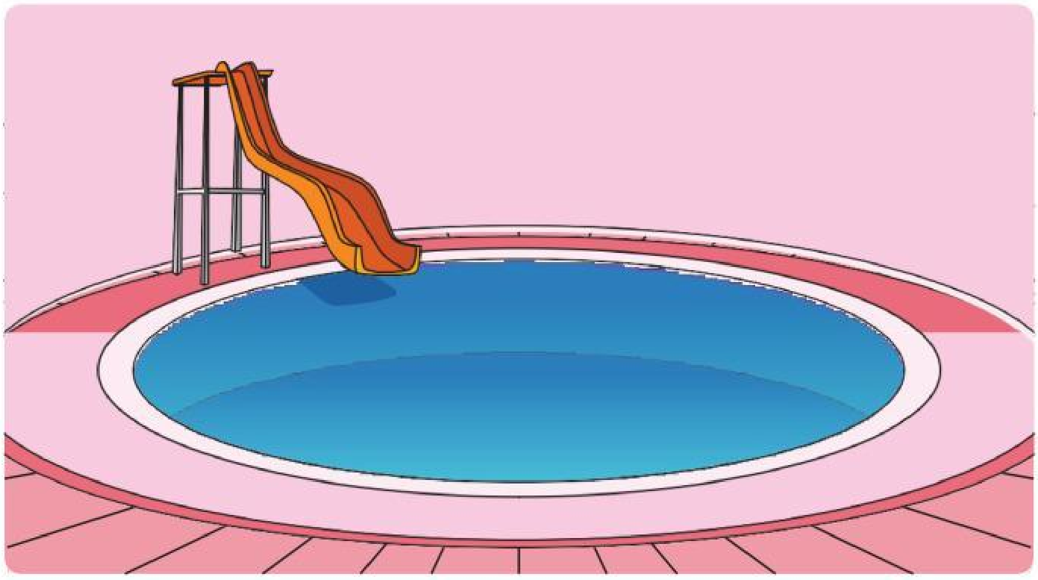
Kelompok : ______________________

Ketua : ______________________

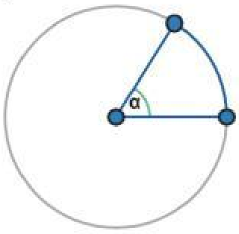
Anggota : ______________________

## Eksplorasi 2.1

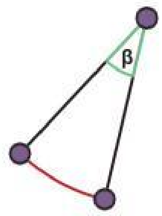
### Ayo Bereksplorasi



Sebuah kolam berbentuk lingkaran. Pada salah satu bagian kolam ada perosotan. Pengelola ingin meletakkan lampu sehingga daerah perosotan selalu terang. Jika daerah yang ingin diterangi ditampilkan sebagai busur lingkaran berwarna biru. Busur lingkaran tersebut besarnya .

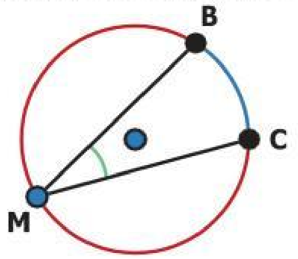


Setiap lampu yang diproduksi oleh pabrik $Q$ dapat menyinari daerah dengan jarak tertentu dan sudut penyinaran tertentu ($\beta$).




Jika semua lampu yang ada dalam gudang pengelola kolam dapat menyinari jarak yang dibutuhkan, bantulah pengelola taman memilih sudut penyinaran yang tepat.

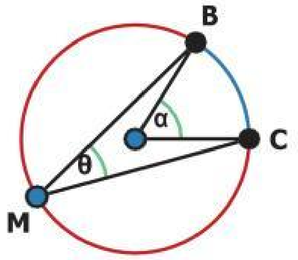
1. Lampu taman dengan sudut penyinaran $30^\circ$ diletakkan pada titik $M$ dan dapat menerangi perosotan pada $\overset{\frown}{BC}$ Di mana saja pengelola dapat memasang lampu yang sama dan tetap menyinari perosotan pada $\overset{\frown}{BC}$?



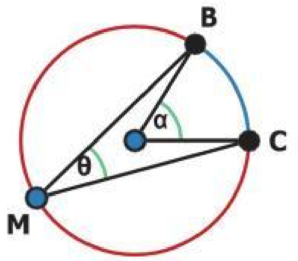

Jika ada jelaskan posisi pemasangan lampu

2. Jika lampu diletakkan di pusat kolam dan ingin menyorot $\overset{\frown}{BC}$, apakah lampu dengan sudut penyinaran $30^\circ$ dapat digunakan?

   Jika tidak, berapa sudut yang dibutuhkan? _______ °




3. Jika ukuran perosotan berubah ($\overset{\frown}{BC}$) bagaimana pengaruhnya terhadap perubahan sudut penyinaran yang dibutuhkan?




Lengkapi tabel berikut

| $\alpha$ | $\theta$ |
| --- | --- |

| | |
|---|---|
| 70° | ______° |
| ______° | 25° |
| $x°$ | ______° |
| _____° | $x°$ |

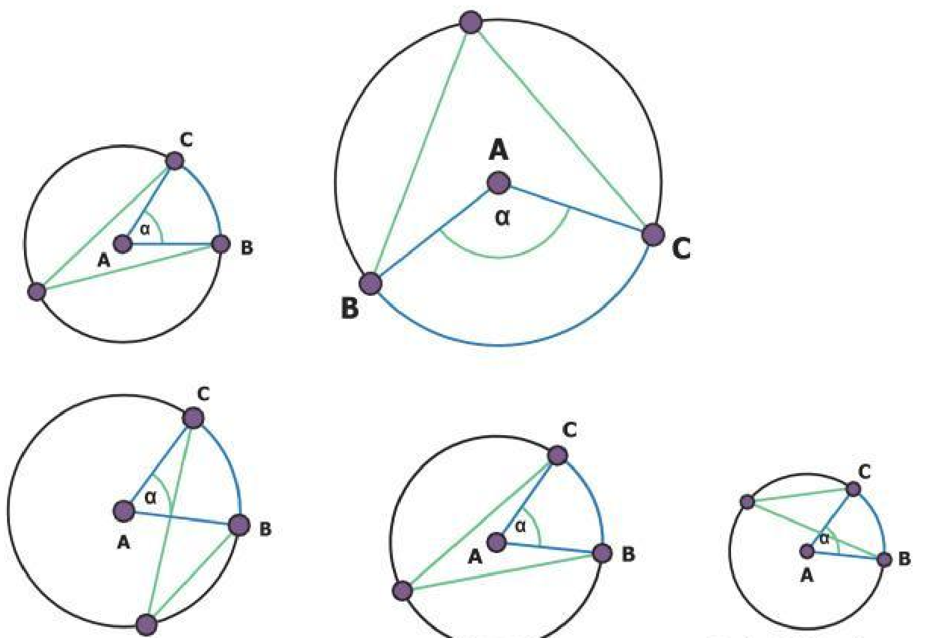
Kalian dapat melakukan Eksplorasi 2.1 dengan cara:

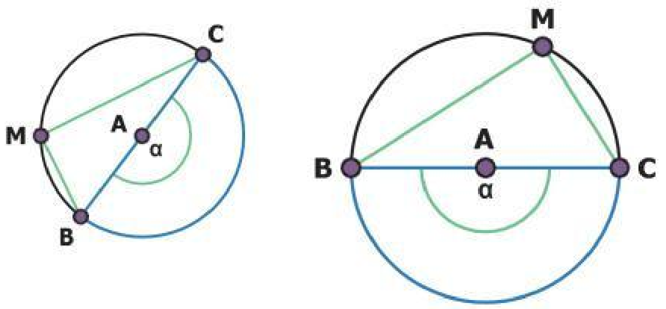
**Ayo Berteknologi**

Jika tersedia, disarankan menggunakan aplikasi semacam *GeoGebra* atau *Desmos*.
https://www.geogebra.org/m/cjdyK8UR#material/UT4sXfYW dan
https://www.geogebra.org/m/cjdyK8UR#material/VGNfTTEu

**Ayo Bekerja Sama**

Kalian dapat mengerjakannya secara berkelompok. Setiap siswa menyelidiki gambar yang berbeda. Setelah itu diskusikan hasilnya.





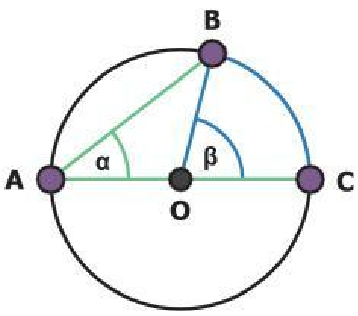

**Temuan**:

- Sudut pusat besarnya____________________kali sudut keliling yang menghadap ke busur lingkaran yang sama.
- Sudut keliling yang menghadap ke busur yang sama besarnya______________.
- Sudut keliling yang menghadap ke diameter besarnya___________________.

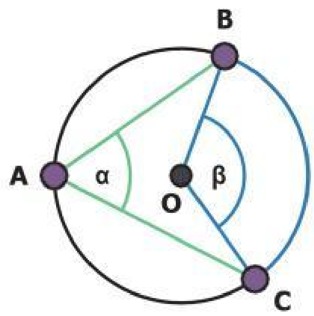
**Pembuktian**

Rani dan Nyoman juga ingin membuktikan hasil pengamatan mereka tentang hubungan sudut pusat dan sudut keliling pada lingkaran.

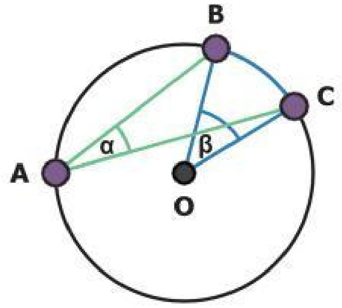
Nyoman mengusulkan bahwa ada empat kemungkinan.



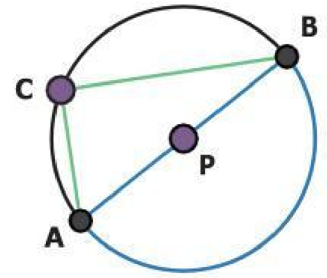

Kasus 1




Kasus 2




Kasus 3

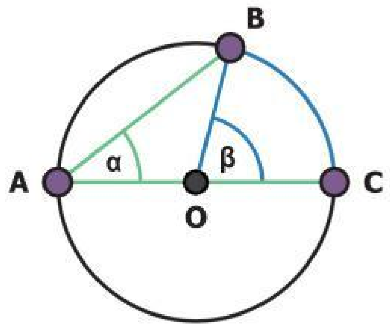



Kasus 4

- **Kasus 1**

Pertama-tama perhatikan kasus khusus saat $\overline{AC}$ melalui titik $O$.

Ingat bahwa $\overline{AC}$ artinya ruas garis $AC$.

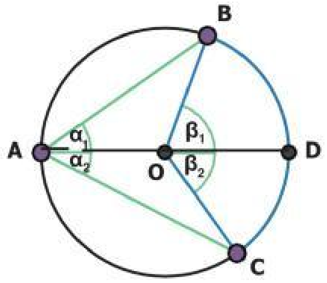



Bukti:

| | |
|---|---|
| panjang $\overline{OA}$ = panjang $\overline{OB}$ | (jari-jari lingkaran) maka __________ sama kaki. |
| $\angle OAB = \angle$__________ | (karena $\Delta AOB$ sama kaki) |
| $\angle AOB =$____________.....(1) | (jumlah sudut dalam $\Delta AOB$ adalah $180^\circ$) |
| $\angle AOB =$____________.....(2) | ($\angle AOB$ adalah pelurus $\angle BOC$) |
| $\beta =$ __________ | Gabungkan (1) dan (2) untuk membuktikan. |

- **Kasus 2**

  Sekarang perhatikan kasus yang lebih umum, saat $\overline{AC}$ tidak melalui pusat lingkaran.




Tarik $\overline{AD}$ melalui titik $O$, membelah menjadi $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$

| | | |
|---|---|---|
| Dengan cara yang sama dengan Kasus 1 | $\beta_1 = 2\alpha_1$ | ...... (1) |
| Dengan cara serupa | $\beta_2 = 2\alpha_2$ | ...... (2) |
| Gunakan (1) dan (2) | $\beta = \beta_1 + \beta_2$ | |
| | $= \_\_\_\_\_\_^\circ$ | |

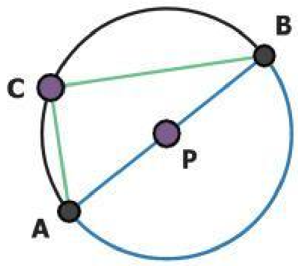
- **Kasus 3**

  akan kalian lakukan pada Latihan 2.1 no. 1.

- **Kasus 4**

  Kasus 4 adalah kasus khusus untuk sudut keliling yang menghadap pada diameter lingkaran ($\angle ACB$).

  Bukti:




1. Gambarkan jari-jari $\overline{PC}$. Segitiga jenis apakah $\Delta APC$ dan $\Delta BPC$?

2. Bagaimana kalian tahu?

3. Nyatakan besarnya sudut-sudut yang sama pada $\Delta APC$ sebagai $x^\circ$ dan besarnya sudut-sudut yang sama pada $\Delta BPC$ sebagai $y^\circ$, tuliskan sudut-sudut pada $\Delta ABC$ dalam $x^\circ$ dan $y^\circ$.

a. $\angle A =$_____$^\circ$  b. $\angle B =$______$^\circ$  c. $\angle C =$ ______$^\circ$

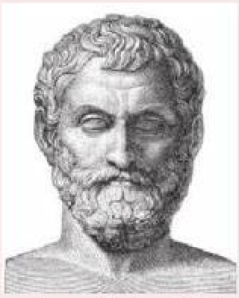
4. Apa yang kalian ketahui tentang sudut-sudut pada segitiga yang dapat digunakan untuk menentukan besarnya $\angle ACB$?

$\angle ACB =$ _______$^\circ$

**? Tahukah Kamu?**

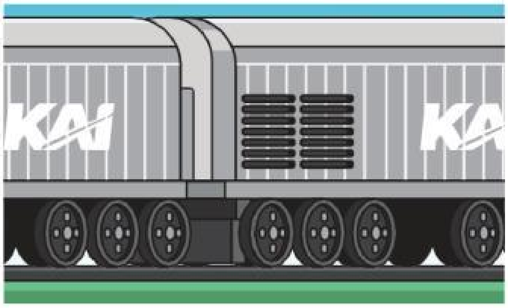
Kasus 4 dikenal dengan nama Teorema Thales.

Thales adalah orang Yunani yang menjadi matematikawan, ahli astronomi, dan filsuf. Dalam Matematika, Thales adalah orang pertama yang menerapkan argumentasi deduktif dalam geometri. Dia adalah orang pertama yang namanya disematkan pada teorema.


sumber: en.wikipedia.org/Wilhelm Meyer (2021)

**Teorema Thales:**
Jika tiga titik $A, B, C$ terletak pada lingkaran dan $AB$ adalah diameter, maka $\angle ACB$ siku-siku.

# A. Lingkaran dan Garis Singgung



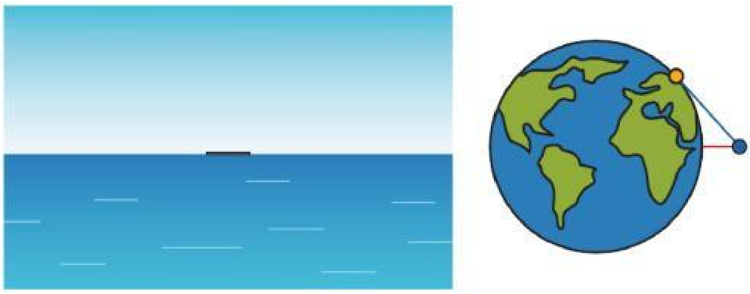

Gambar 2.4 Roda Kereta Api

Roda kereta api menyentuh rel kereta di satu titik. Secara matematis dikatakan bahwa rel adalah **garis singgung** roda dan titik sentuhnya disebut sebagai **titik singgung**.

**Eksplorasi 2.2**

**Ayo Bereksplorasi**

Dalam tugasnya, seorang navigator pada kapal laut perlu menghitung jarak pelabuhan yang berada pada cakrawala.

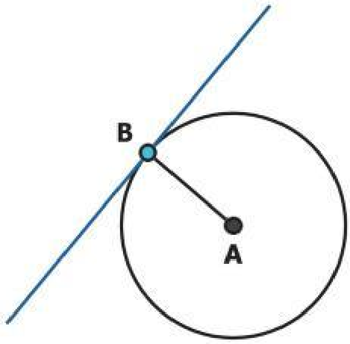


**Gambar 2.5** Cakrawala

Titik biru mewakili posisi navigator pada kapal, titik oranye adalah pelabuhan yang tampak di cakrawala. Garis merah adalah jarak navigator ke permukaan air. Garis biru mewakili pandangan navigator ke pelabuhan, secara matematis merupakan garis singgung. Mari bereksplorasi menyelidiki sifat-sifat garis singgung.

1. Pelabuhan pertama kali terlihat sebagai sebuah titik di kejauhan. Garis singgung menyentuh lingkaran pada tepat satu titik (disebut titik singgung). Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut yang dibentuk oleh garis singgung dan jari-jari lingkaran (pada titik singgung).

   Sudut yang dibentuk oleh garis singgung dan jari-jari lingkaran pada titik singgung B besarnya________________°.

   Bagaimana dengan garis singgung yang menyinggung di titik berbeda? Jika ada titik singgung lain, berapa besar sudut antara garis singgung dan jari-jari di titik singgung itu?

   Kalian dapat menjawab pertanyaan ini dengan cara:

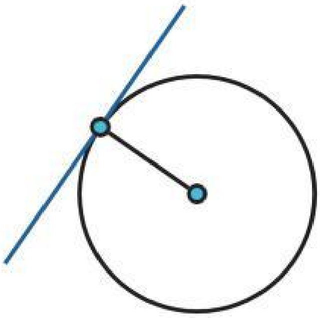
**Ayo Berteknologi**

Jika tersedia, disarankan menggunakan aplikasi semacam *GeoGebra* atau Desmos.
https://www.geogebra.org/m/cjdyK8UR#material/u6Ev7bHg

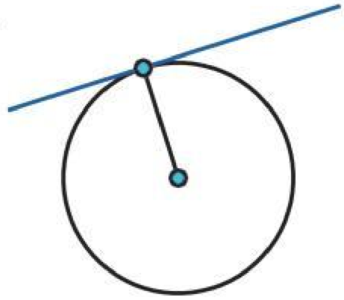
## Ayo Bekerja Sama

Kalian dapat mengerjakannya secara berkelompok. Setiap peserta didik menyelidiki gambar yang berbeda. Setelah itu diskusikan hasilnya.

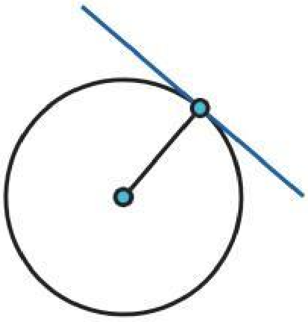
a.



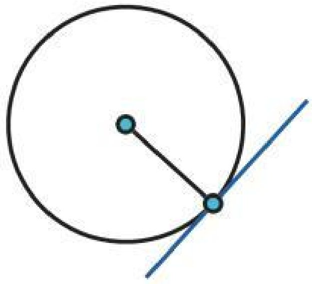
b.



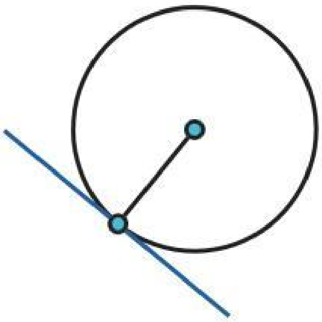
c.



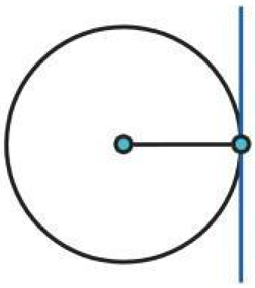
d.



e.



f.

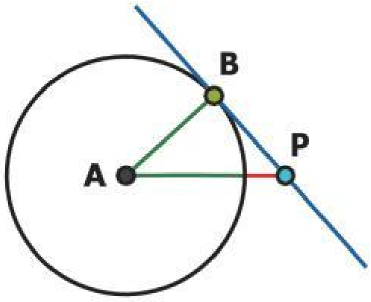


Pada setiap titik singgung, sudut yang dibentuk oleh garis singgung dan jari-jari lingkaran di titik singgung itu besarnya__________________°.

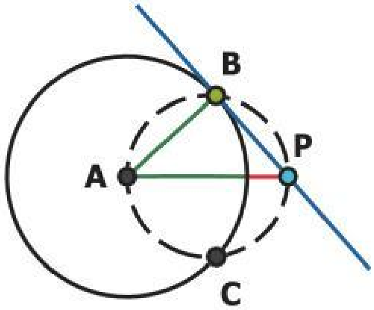
2. Pada sebuah titik pada lingkaran, gambarkan garis yang tidak membentuk sudut siku-siku dengan jari-jari lingkaran.
   a. Garis tersebut memotong lingkaran di berapa titik?
   b. Apakah garis tersebut merupakan garis singgung?

   **Garis sekan** adalah garis yang memotong lingkaran pada **dua** titik.

3. Rani dan Nyoman mempelajari lebih lanjut tentang garis singgung lingkaran. Mereka menggambar garis singgung dari titik $P$ ke lingkaran $A$.




Rani ingat teorema Thales, sehingga ia menduga ada sebuah lingkaran yang dapat digambarkan yang melalui titik $A, B$, dan $P$.




Tariklah ruas garis dari titik $P$ ke setiap titik potong kedua lingkaran. Tentukan:

a. Garis $PB$ merupakan <u>garis singgung/garis sekan</u> (pilih salah satu).

b. Garis $PC$ merupakan <u>garis singgung/garis sekan</u> (pilih salah satu).

4. Tentukan besar sudutnya.

a. $\angle ABP$ = _______________°

b. $\angle ACP$ = _______________°

c. Jelaskan alasannya.

5. Tunjukkan bahwa $\Delta ABP$ kongruen dengan $\Delta ACP$.

Akibatnya:

a. Panjang $\overline{PB}$_____________panjang $\overline{PC}$.

b. $\angle APB$ dan $\angle APC$ besarnya ___________°

Dari sebuah titik di luar lingkaran dapat dibuat sebanyak_________buah garis singgung yang panjangnya_______________.

Yang dimaksud panjang garis singgung adalah panjang ruas garis $PB$ atau ruas garis $PC$.

6. Jika navigator tersebut mengetahui jari-jari bumi, dan ketinggiannya dari permukaan air (berdasarkan ukuran kapal), bagaimana cara dia menentukan jarak kapal dengan pelabuhan yang tampak di cakrawala?