



พหุนามตัวแปรเดียว

ความหมายของพหุนาม

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นจำนวนลบ

และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง

เรียก $p(x)$ ว่า พหุนามดีกรี n เรียก n ว่า

ดีกรี ของ $p(x)$ และเรียก $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ ว่า สัมประสิทธิ์ ของ $p(x)$

เรียก a_n ว่า สัมประสิทธิ์นำ

เช่น $q(x) = 3x^2 + 4x + 5$ เป็นพหุนามที่มีดีกรี 2 มีสัมประสิทธิ์ เป็น 3, 4 และ 5

และมีสัมประสิทธิ์นำ เป็น 3

การดำเนินการของพหุนาม

ตัวอย่างที่ 1

ให้ $p(x) = x - 2$ และ $q(x) = 2x - 1$ จงหา $p(x) + q(x)$, $p(x) - q(x)$ และ $p(x)q(x)$

วิธีทำ จาก $p(x) = x - 2$ และ $q(x) = 2x - 1$

จะได้

- $p(x) + q(x) = (x - 2) + (2x - 1) = x + 2x - 2 - 1 = 3x - 3$
- $p(x) - q(x) = (x - 2) - (2x - 1) = x - 2x - 2 + 1 = -x - 2$
- $p(x)q(x) = (x - 2)(2x - 1)$

$$= x(2x) + (x)(-1) + (-2)(2x) + (-2)(-1) \\ = 2x^2 - 5x + 2$$

ขั้นตอนวิธีการหารสำหรับพหุนาม

หลังจากที่เราได้ขั้นตอนการบวก ลบ และคูณพหุนามแล้ว คราวนี้เรามาทำความเข้าใจกับการหารพหุนามกันบ้างว่ามีวิธีทำอย่างไร ขั้นตอนสั้นๆ ที่จะมาบอก ง่ายๆ มาดูกันดีกว่า

กฎขงู้นก จินตอนวิธีการหารสำหรับพหุนาม

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วยพหุนาม $q(x)$ โดยที่ $q(x) \neq 0$ แล้วจะมีพหุนาม $a(x)$ และ $r(x)$ ที่สอดคล้องกันดังนี้

$$p(x) = q(x)a(x) + r(x)$$

โดย $r(x) = 0$ หรือ ดีกรีของ $r(x)$ มีค่าน้อยกว่าดีกรีของ $q(x)$

จากกฎขงู้นกข้างบนนี้ เราจะได้ว่า

$$\text{ตัวตั้ง} = (\text{ตัวหาร})(\text{ผลหาร}) + \text{เศษเหลือ}$$

การหารยาว

การหารพหุนามนี้ใช้ได้หลายวิธี เช่น วิธีหารยาว วิธีคูณสัมประสิทธิ์ วิธีหารตามหลักยาว ฯลฯ แต่ที่ง่ายที่สุดและสะดวกที่สุดคือการใช้วิธีหารยาว

ตัวอย่างที่ 2

จงหาผลหารและเศษเหลือจากการหาร $p(x) = x^2 - 3x + 2$

ด้วย $q(x) = x - 4$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} x-4 \overline{) x^2 - 3x + 2} \\ \underline{x-4} \\ 0x + 6 \\ \underline{0x - 4} \\ 6x + 2 \end{array}$$

1. จัดตำแหน่งของ ตัวตั้ง และ ตัวหารเหมือนกับการหารยาวจำนวนเต็ม โดยเขียนตัวตั้งไว้ข้างบน และตัวหารไว้ข้างล่าง
2. ทำตัวตั้งกับตัวหาร x แล้วได้ x^2 นั่นก็คือ x
3. หาผลคูณของ $x(x-4)$
4. เอาผลคูณที่ได้จากข้อ 3 ไปลบออกจากตัวตั้ง $x^2 - 3x + 2$ ได้ $6x + 2$
5. แล้วนำตัวตั้งใหม่มา

$$\begin{array}{r} x-4 \overline{) x^2 - 3x + 2} \\ \underline{x-4} \\ 0x + 6 \\ \underline{0x - 4} \\ 6x + 2 \end{array}$$

6. ทำตัวตั้งกับตัวหาร x แล้วได้ x นั่นก็คือ 1

7. เอาผลคูณของ $(1)(x-4)$ ไปลบออกจากตัวตั้ง $6x + 2$ ได้ $2x - 4$

ดังนั้นผลหารคือ $x + 1$ และเศษเหลือคือ 6

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลหารและเศษเหลือจากการหารพหุนาม $3x^2 + 8$ ด้วย $x - 2$

ตามปกติ : ในกรณีนี้ถ้าเราเริ่มพหุนามตามหลักข้างบนแล้วจะพบว่าตัวตั้ง $3x^2 + 8$ ไม่มี x อยู่

กับ x ยกกำลังเลขที่น้อยกว่า

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3x+6 \\ x-2 \overline{) 3x^2 + 0x + 8} \\ \underline{3x-6} \\ 6x + 8 \\ \underline{6x-12} \\ 20 \end{array}$$

ดังนั้น ผลหารคือ $3x + 6$ และเศษเหลือคือ 20

