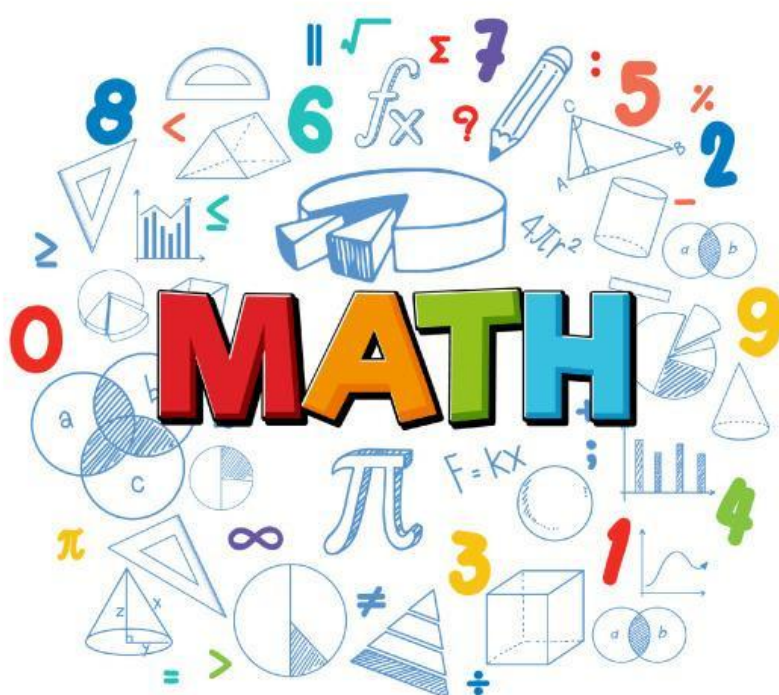


SMA NEGERI 1 SUMBER

KELAS X

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

SIFAT-SIFAT LOGARITMA



NAMA KELOMPOK :

.....

.....

.....

.....

.....



TUJUAN

Melalui pembelajaran kooperatif peserta didik dapat mengidentifikasi sifat-sifat logaritma dan memecahkan masalah kontekstual yang berkaitan logaritma dengan tepat



MATERI

Logaritma merupakan balikan atau invers dari operasi eksponensial. Secara umum operasi logaritma diruliskan sebagai berikut ;

$$a^c = b \Leftrightarrow {}^a\log b = c$$

Bilangan a disebut bilangan pokok logaritma (basis), sedangkan b disebut numerus atau bilangan yang dilogartimakan, Hasil dari logaritma bilangan b adalah c , yang merupakan eksponen dari a .

Contoh : $2^3 = 8 \Leftrightarrow {}^2\log 8 = 3$

Simak video dibawah ini.

Notes :

Logaritma dengan bilangan pokok atau basis 10, maka bilangan pokoknya boleh tidak ditulis

$${}^{10}\log a = \log a$$



SIFAT-SIFAT

Aktivitas 1 : Pembuktian Sifat ${}^a\log a = 1$

Dalam contoh :

$${}^8\log 8 = \dots ?$$

Misalkan :

$${}^8\log 8 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^8\log 8 = x &\Leftrightarrow 8 = 8^x \\ &\Leftrightarrow 8^1 = 8^x \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Sehingga : ${}^8\log 8 = 1$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum ${}^a\log a = 1$
untuk $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^a\log a = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^a\log a = x &\Leftrightarrow \boxed{\dots} = a^{\boxed{\dots}} \\ &\Leftrightarrow \boxed{\dots}^{\boxed{\dots}} = a^{\boxed{\dots}} \\ &\Leftrightarrow x = \boxed{\dots} \end{aligned}$$

Sehingga : ${}^a\log a = \boxed{\dots}$

Aktivitas 2 : Pembuktian Sifat ${}^a\log 1 = 0$

Dalam contoh :

$${}^5\log 1 = \dots ?$$

Misalkan :

$${}^5\log 1 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^5\log 1 = x &\Leftrightarrow 1 = 5^x \\ &\Leftrightarrow 1^0 = 5^x \\ &\Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Sehingga : ${}^5\log 1 = 0$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum ${}^a\log 1 = 0$ untuk $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^a\log 1 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^a\log 1 = x &\Leftrightarrow \dots = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow \dots^{\dots} = a^{\dots} \\ &\Leftrightarrow x = \dots \end{aligned}$$

Sehingga : ${}^a\log 1 = \dots$

Aktivitas 3 : Pembuktian Sifat ${}^a\log a^n = n$

Dalam contoh :

$${}^5\log 5^2 = \dots ?$$

Misalkan :

$${}^5\log 5^2 = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$\begin{aligned} {}^5\log 5^2 = x &\Leftrightarrow 5^2 = 5^x \\ &\Leftrightarrow 5^2 = 5^x \\ &\Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Sehingga : ${}^5\log 5^2 = 2$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk

umum ${}^a\log a^n = n$

untuk $a > 0; a \neq 1$

Misalkan :

$${}^a\log a^n = x$$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$${}^a\log a^n = x \Leftrightarrow \dots = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow \dots = a^{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x = \dots$$

Sehingga : ${}^a\log a^n = \dots$

Aktivitas 4 : Pembuktian Sifat ${}^a\log (b \times c) = {}^a\log b + {}^a\log c$

Cermati pembuktian untuk sifat :

$${}^a\log (b \times c) = {}^a\log b + {}^a\log c$$

Misalkan :

$${}^a\log b = m \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a\log b = m \Leftrightarrow b = a^m$$

Begitupula jika :

$${}^a\log c = n \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a\log c = n \Leftrightarrow c = a^n$$

Sehingga,

$$(b \times c) = a^m \times a^n = a^{m+n} \rightarrow (\text{ingat kembali sifat eksponen})$$

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$(b \times c) = a^{m+n} \Leftrightarrow {}^a\log (b \times c) = m + n$$

$$\Leftrightarrow {}^a\log (b \times c) = {}^a\log b + {}^a\log c \text{ (terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat

$${}^a\log (b \times c) = {}^a\log b + {}^a\log c$$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Aktivitas 5 : Pembuktian Sifat ${}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^a\log b - {}^a\log c$

Berdasarkan pembuktian pada aktivitas 4, silakan lengkapi alur pembuktian sifat berikut

$${}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^a\log b - {}^a\log c$$

Misalkan :

$${}^a\log b = m \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a\log b = m \Leftrightarrow b = a^m$$

Begitupula jika :

$${}^a\log c = n \text{ maka berdasarkan definisi logaritma } {}^a\log c = n \Leftrightarrow c = a^n$$

Sehingga,

$$\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \rightarrow (\text{ingat kembali sifat eksponen})$$

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$\left(\frac{b}{c}\right) = a^{m-n} \Leftrightarrow {}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = m - n$$

$$\Leftrightarrow {}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^a\log m - {}^a\log n \text{ (terbukti / tidak terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat ${}^a\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^a\log b - {}^a\log c$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Aktivitas 6 : Pembuktian Sifat ${}^a\log b^n = n \times {}^a\log b$

Cermati pembuktian untuk sifat :

$${}^a\log b^n = n \times {}^a\log b$$

Berdasarkan definisi eksponen :

$${}^a\log b^n = {}^a\log (b \times b \times b \times \dots \times b) \rightarrow b \text{ sebanyak } n \text{ faktor}$$

maka berdasarkan sifat pada Aktivitas 4, maka :

$${}^a\log b^n = {}^a\log b + {}^a\log b + {}^a\log b + \dots + {}^a\log b \rightarrow {}^a\log b$$

sebanyak n faktor

atau dapat dikatakan

$${}^a\log b^n = n \times {}^a\log b \text{ (terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat ${}^a\log b^n = n \times {}^a\log b$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Aktivitas 7 : Pembuktian Sifat

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$$

Berdasarkan definisi logaritma:

$${}^a \log b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

Untuk sembarang bilangan pokok m , akan berlaku :

$${}^m \log b = {}^m \log a^c$$

Pada ruas kanan, berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 6 akan menjadi :

$${}^m \log b = c \times {}^m \log a$$

Sehingga menjadi : $C = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a} \quad (\text{terbukti})$$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat ${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$

Aktivitas 8 : Pembuktian Sifat

$${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 7:

$${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$$

Karena m adalah sembarang bilangan, maka jika $m = b$, maka akan berlaku :

$${}^a \log b = \frac{{}^b \log b}{{}^b \log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 1, maka bagian pembilang akan menjadi :

$${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a} \quad (\text{terbukti})$$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat ${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$