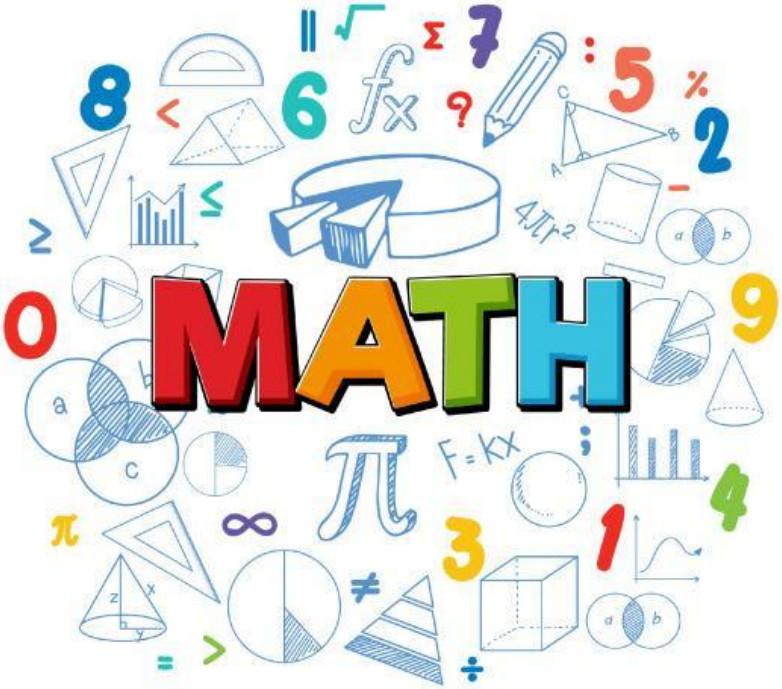
SMA NEGERI 1 SUMBER

KELAS X

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

SIFAT-SIFAT LOGARITMA



NAMA KELOMPOK :

.....

.....

.....

.....

.....

LIVEWORKSHEETS

TUJUAN

Melalui pembelajaran kooperatif peserta didik dapat mengidentifikasi sifat-sifat logaritma dan memecahkan masalah kontekstual yang berkaitan logaritma dengan tepat

MATERI

Logaritma merupakan balikan atau invers dari operasi eksponensial. Secara umum operasi logaritma diruliskan sebagai berikut ;

$$a^c = b \Leftrightarrow {}^a\log b = c$$

Bilangan a disebut bilangan pokok logaritma (basis), sedangkan b disebut numerus atau bilangan yang dilogaritmakan, Hasil dari logaritma bilangan b adalah c, yang merupakan eksponen dari a.

Contoh : $2^3 = 8 \Leftrightarrow {}^2\log 8 = 3$

Simak video dibawah ini.

Notes :

Logaritma dengan bilangan pokok atau basis 10, maka bilangan pokoknya boleh tidak ditulis

$${}^{10}\log a = \log a$$

LIVEWORKSHEETS

SIFAT-SIFAT

Aktivitas 1 : Pembuktian Sifat $^{a}log\ a = 1$

Dalam contoh :

$^{8}log\ 8 = ...\ ?$

Misalkan :

$^{8}log\ 8 = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$^{8}log\ 8 = x \Leftrightarrow 8 = 8^{x}$$
$$\Leftrightarrow 8^{1} = 8^{x}$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

Sehingga : $^{8}log\ 8 = 1$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk umum $^{a}log\ a = 1$ untuk $a > 0;\ a \neq 1$

Misalkan :

$^{a}log\ a = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$^{a}log\ a = x \Leftrightarrow \boxed{....} = a^{\boxed{....}}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{....}^{\boxed{....}} = a^{\boxed{....}}$$
$$\Leftrightarrow x = \boxed{.....}$$

Sehingga : $^{a}log\ a = \boxed{....}$

Aktivitas 2 : Pembuktian Sifat $^{a}log\ 1 = 0$

Dalam contoh :

$^{5}log\ 1 = ...\ ?$

Misalkan :

$^{5}log\ 1 = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$^{5}log\ 1 = x \Leftrightarrow 1 = 5^{x}$$
$$\Leftrightarrow 1^{0} = 5^{x}$$
$$\Leftrightarrow x = 0$$

Sehingga : $^{5}log\ 1 = 0$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk umum $^{a}log\ 1 = 0$ untuk $a > 0;\ a \neq 1$

Misalkan :

$^{a}log\ 1 = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$$^{a}log\ 1 = x \Leftrightarrow .... = a^{....}$$
$$\Leftrightarrow ....^{....} = a^{....}$$
$$\Leftrightarrow x = ...$$

Sehingga : $^{a}log\ 1 = ...$

LIVEWORKSHEETS

Aktivitas 3 : Pembuktian Sifat ${}^{a}\log a^{n} = n$

Dalam contoh :

${}^{5}\log 5^{2} = \ldots ?$

Misalkan :

${}^{5}\log 5^{2} = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$${}^{5}\log 5^{2} = x \Leftrightarrow 5^{2} = 5^{x}$$
$$\Leftrightarrow 5^{2} = 5^{x}$$
$$\Leftrightarrow x = 2$$

Sehingga : ${}^{5}\log 5^{2} = 2$

Silakan sekarang lengkapi pembuktian dalam bentuk umum ${}^{a}\log a^{n} = n$

untuk $a > 0;\ a \neq 1$

Misalkan :

${}^{a}\log a^{n} = x$

Maka berdasarkan definisi logaritma

$${}^{a}\log a^{n} = x \Leftrightarrow \ldots^{\ldots} = a^{\ldots}$$
$$\Leftrightarrow \ldots^{\ldots} = a^{\ldots}$$
$$\Leftrightarrow x = \ldots\ldots$$

Sehingga : ${}^{a}\log a^{n} = \ldots$

Aktivitas 4 : Pembuktian Sifat ${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$

Cermati pembuktian untuk sifat :

${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$

Misalkan :

${}^{a}\log b = m$ maka berdasarkan definisi logaritma ${}^{a}\log b = m \Leftrightarrow b = a^{m}$

Begitupula jika :

${}^{a}\log c = n$ maka berdasarkan definisi logaritma ${}^{a}\log c = n \Leftrightarrow c = a^{n}$

Sehingga,

$(b \times c) = a^{m} \times a^{n} = a^{m+n}$ → (*ingat kembali sifat eksponen*)

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$(b \times c) = a^{m+n} \Leftrightarrow {}^{a}\log (b \times c) = m + n$$
$$\Leftrightarrow {}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c \text{ (terbukti)}$$

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat

${}^{a}\log (b \times c) = {}^{a}\log b + {}^{a}\log c$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

LIVEWORKSHEETS

Aktivitas 5 : Pembuktian Sifat $^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$

Berdasarkan pembuktian pada aktivitias 4, silakan lengkapi alur pembuktian sifat berikut

$$^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$$

Misalkan :

$^{a}\log b = m$ maka berdasarkan definisi logaritma $^{a}\log b = m \Leftrightarrow b = \ldots$

Begitupula jika :

$^{a}\log c = n$ maka berdasarkan definisi logaritma $^{a}\log c = n \Leftrightarrow \ldots = a^{n}$

Sehingga,

$$\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{a^{m}}{a^{n}} = a^{\ldots - \ldots}$$ → (*ingat kembali sifat eksponen*)

Jadi, jika dikembalikan kepada definisi logaritma maka :

$$\left(\frac{b}{c}\right) = a^{m-n} \Leftrightarrow {}^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = \ldots - \ldots$$

$$\Leftrightarrow {}^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log \ldots - {}^{a}\log \ldots$$ (*terbukti / tidak terbukti*)

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat $^{a}\log\left(\frac{b}{c}\right) = {}^{a}\log b - {}^{a}\log c$

Aktivitas 6 : Pembuktian Sifat $^{a}\log b^{n} = n \times {}^{a}\log b$

Cermati pembuktian untuk sifat :

$$^{a}\log b^{n} = n \times {}^{a}\log b$$

Berdasarkan definisi eksponen :

$^{a}\log b^{n} = {}^{a}\log(b \times b \times b \times \ldots \times b)$ → b sebanyak n faktor

maka berdasarkan sifat pada Aktivitas 4, maka :

$^{a}\log b^{n} = {}^{a}\log b + {}^{a}\log b + {}^{a}\log b + \ldots + {}^{a}\log b$ → $^{a}\log b$ sebanyak n faktor

atau dapat dikatakan

$$^{a}\log b^{n} = n \times {}^{a}\log b$$ (*terbukti*)

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat $^{a}\log b^{n} = n \times {}^{a}\log b$

LIVEWORKSHEETS

Aktivitas 7 : Pembuktian Sifat $^{a}\log b = \dfrac{^{m}\log b}{^{m}\log a}$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$$^{a}\log b = \frac{^{m}\log b}{^{m}\log a}$$

Berdasarkan definisi logaritma:

$$^{a}\log b = c \quad \Leftrightarrow \quad b = a^{c}$$

Untuk sembarang bilangan pokok m, akan berlaku :

$$^{m}\log b = {}^{m}\log a^{c}$$

Pada ruas kanan, berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 6 akan menjadi :

$$^{m}\log b = c \times {}^{m}\log a$$

Sehingga menjadi : $c = \dfrac{^{m}\log b}{^{m}\log a}$

$$^{a}\log b = \frac{^{m}\log b}{^{m}\log a} \quad (\textit{terbukti})$$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat $^{a}\log b = \dfrac{^{m}\log b}{^{m}\log a}$

Aktivitas 8 : Pembuktian Sifat $^{a}\log b = \dfrac{1}{^{b}\log a}$

Cermati pembuktian untuk bentuk :

$$^{a}\log b = \frac{1}{^{b}\log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 7:

$$^{a}\log b = \frac{^{m}\log b}{^{m}\log a}$$

Karena m adalah sembarang bilangan, maka jika $m = b$, maka akan berlaku :

$$^{a}\log b = \frac{^{b}\log b}{^{b}\log a}$$

Berdasarkan sifat yang ditemukan pada Aktivitas 1, maka bagian pembilang akan menjadi :

$$^{a}\log b = \frac{1}{^{b}\log a} \quad (\textit{terbukti})$$

Tuliskan di bukumu dan kumpulkan disini

UPLOAD

Tuliskan satu contoh bentuk logaritma yang menunjukkan sifat $^{a}\log b = \dfrac{1}{^{b}\log a}$

LIVEWORKSHEETS