

ข้อสอบซ่อมย่อยครั้งที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริง (10 คะแนน)

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้

1) $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$

สูตร $\cos A \cos B - \sin A \sin B$

สูตร $\cos(A+B) =$

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

สูตร $-\frac{1}{2}$

$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{2\pi}{3} \cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{2\pi}{3} \sin\frac{\pi}{2}$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)(0) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

สูตร $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ตอบ

2) $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$

สูตร $\cos(A-B) =$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{12} \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{12} \sin\frac{\pi}{3}$$
$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

สูตร $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}{4}$$

ตอบ

3) $\tan 15^\circ$

สูตร $\tan(A-B) =$

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

ตอบ

4) $\sec\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

$$\sec\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{1}{\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)}$$

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6} \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

5) $\sin\frac{\pi}{9}\cos\frac{\pi}{18} + \cos\frac{\pi}{9}\sin\frac{\pi}{18}$

สูตร $\sin A \cos B + \cos A \sin B = \sin(A + B)$

$$\sin\frac{\pi}{9}\cos\frac{\pi}{18} + \cos\frac{\pi}{9}\sin\frac{\pi}{18} = \sin\left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{18}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{ตอบ}$$

6) $\cos 90^\circ \cos 30^\circ + \sin 90^\circ \sin 30^\circ$

สูตร $\cos A \cos B + \sin A \sin B = \cos(A - B)$

$$\cos 90^\circ \cos 30^\circ + \sin 90^\circ \sin 30^\circ = \cos(90^\circ - 30^\circ)$$

$$= \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \quad \text{ตอบ}$$

7) $\cos^2 67.5^\circ - \sin^2 67.5^\circ$

สูตร $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$\cos^2 67.5^\circ - \sin^2 67.5^\circ = \cos 2(67.5^\circ) = \cos 135^\circ$$

$$= \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ตอบ}$$

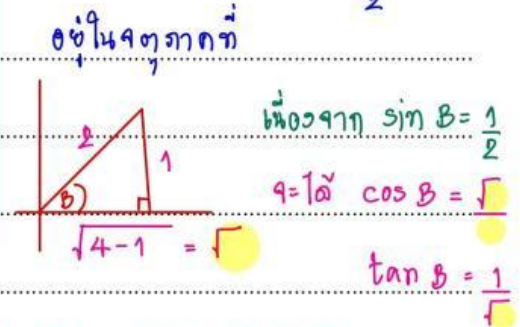
สูตร $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$
 สูตร $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$

2. กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $0 < B < \frac{\pi}{2}$ เมื่อ $\tan A = -\frac{4}{3}$ และ $\sin B = \frac{1}{2}$
 จงหาค่า $\sin 2A$ และ $\cos(2B)$ (3 คะแนน)

พิจารณา $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ อยู่ในจตุภาคที่ 2



พิจารณา $0 < B < \frac{\pi}{2}$



สูตร $\sin 2A =$

$\cos 2B = \cos^2 B - \sin^2 A$

$\cos 2B = 2\cos^2 B - 1$

$\sin 2A = 2\sin A \cos A$

$= 2\left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)$

$= -\frac{24}{25}$ ตอบ

$\cos 2B = 2\cos^2 B - 1$

$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1$

$= 2\left(\frac{3}{4}\right) - 1$

$= \frac{3}{2} - 1$

$= \frac{3-2}{2}$

$= \frac{1}{2}$ ตอบ