



Intervalos y desigualdades

El dominio y el rango de una función, dada en su forma analítica, corresponden a las extensiones de la ecuación, salvo que se indique lo contrario. No obstante, el dominio de la función debe incluir al menos una parte del conjunto de los números reales. Es decir, El dominio de una función es el conjunto de valores de x , o el conjunto de números reales, que al ser evaluados en la expresión analítica generan resultados reales, valores en y que conforman el rango.

Expresión Analítica

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

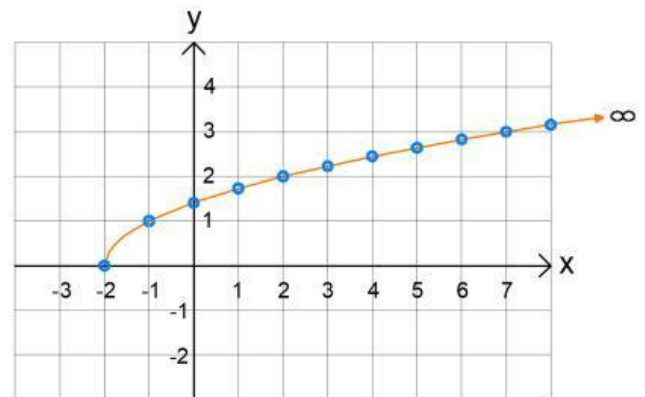
Tabulación

x	$f(x)$
-4	—
-3	—
-2	0
-1	1
0	1.41
1	1.73
2	2
3	2.23
4	2.45
5	2.65
6	2.83
7	3

Dominio

Rango

Gráfica



Lo anterior nos lleva al manejo de algunos conceptos preliminares, tal como intervalo, y su relación con las desigualdades e inecuaciones, que nos van a ayudar a definir el dominio y rango de una manera simbólica y sencilla.

Desigualdades.

La comparación de dos cantidades lleva implícita una respuesta: *mayor que*, *igual a*, o bien, *menor que*. Esto lo expresa la ley de la tricotomía:

Sean a y b dos números reales. Se dice que:

- a es mayor que b , si $a - b$ es un número positivo. Entonces lo escribimos como:
 $a > b$ Léase "a mayor que b"
- a es menor que b , si $a - b$ es un número negativo. Entonces lo escribimos como:
 $a < b$ Léase "a menor que b"

Tenemos ahora, aparte del signo de igualdad, dos signos más para expresar la desigualdad. También son de uso común los signos:

\geq "mayor o igual que"

\leq "menor o igual que"

Que señalan la posibilidad de la desigualdad sin dejar fuera la igualdad (una u otra, no ambas).

Ejemplo

Enunciado	Expresión simbólica
8 es mayor que -4	$8 > -4$
-3/5 es menor que 0	$-3/5 < 0$
Un número real no negativo (cero no es negativo, ni positivo)	$x \geq 0$
Un número real positivo (cero no es negativo, ni positivo)	$x > 0$
Un número entre -4 y 2	$-4 < x < 2$
Un número menor a 6	$x < 6$
Un número que puede ser 2 o mayor a 2.	$x \geq 2$
Un número que puede ser 2 o 10, o cualquier intermedio.	$2 \leq x \leq 10$

Intervalos

Un intervalo es el conjunto de todos los números comprendidos en una porción continua del eje real. Si los límites de esa porción del eje son los valores a y b ($a < b$), el intervalo estará dado por la doble desigualdad: $a < x < b$ o $a \leq x \leq b$, dependiendo si se quiere incluir o no a los extremos.

Un intervalo puede ser catalogado como:

- Intervalo **Abierto**, si **no** incluye a los extremos, se representa a través de **paréntesis**.

$$(a,b) \quad \text{o} \quad a < x < b$$

- Intervalo **Cerrado**, si incluye a esos extremos, se representa a través de **corchetes**.

$$[a,b] \quad \text{o} \quad a \leq x \leq b$$

- Mixto**, aquellos que son abiertos en un extremo y cerrado en el otro, **lleva corchetes** en el extremo cerrado **y paréntesis** en el extremo abierto.

$$[a,b) \quad \text{o} \quad a \leq x < b$$

$$(a,b] \quad \text{o} \quad a < x \leq b$$

La porción del eje real puede ser una semirecta cuando uno de sus límites es $+\infty$ o $-\infty$. En este caso, en dicho lado el intervalo es abierto.

$$(\infty,b] \quad \text{o} \quad \infty < x \leq b$$

$$[a,\infty) \quad \text{o} \quad a \leq x < \infty$$

Ejemplo

Tipo de intervalo	Intervalo	Desigualdad
Abierto	(2,5)	$2 < x < 5$
Cerrado	[2,5]	$2 \leq x \leq 5$
Mixto	(2,5]	$2 < x \leq 5$
Mixto	[2,5)	$2 \leq x < 5$
Mixto	[2,∞)	$2 \leq x < \infty$
Mixto	(-∞,5]	$-\infty < x \leq 5$
Mixto	(-3,1]	$-3 < x \leq 1$
Mixto	[-9,-4)	$-9 \leq x < -4$
Cerrado	[-7,6]	$-7 \leq x \leq 6$
Abierto	(-12,-8)	$-12 < x < -8$

Actividad.

Manda la captura de pantalla del resultado que obtuviste en liveworksheets, se debe de ver tu nombre.

Parte 1. Relaciona la columna de intervalo con su correspondiente desigualdad, poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

a) $(-3,5)$	<input type="checkbox"/>	$3 \leq x < \infty$
b) $(2,7)$	<input type="checkbox"/>	$-\infty < x < 8$
c) $[3,15]$	<input type="checkbox"/>	$2 \leq x \leq 7$
d) $[8, \infty)$	<input type="checkbox"/>	$-3 \leq x < 5$
e) $(-\infty,3)$	<input type="checkbox"/>	$3 < x \leq 15$
f) $[-3,5]$	<input type="checkbox"/>	$-\infty < x < 3$
g) $[2,7]$	<input type="checkbox"/>	$8 < x < \infty$
h) $(3,15)$	<input type="checkbox"/>	$2 < x \leq 7$
i) $(8, \infty)$	<input type="checkbox"/>	$3 < x < 15$
j) $(-\infty,3]$	<input type="checkbox"/>	$-3 < x < 5$
k) $[-3,5)$	<input type="checkbox"/>	$-\infty < x \leq 3$
l) $[2,7]$	<input type="checkbox"/>	$8 \leq x < \infty$
m) $(3,15]$	<input type="checkbox"/>	$2 \leq x < 7$
n) $(-\infty,8)$	<input type="checkbox"/>	$3 \leq x \leq 15$
o) $[3,\infty)$	<input type="checkbox"/>	$-3 \leq x \leq 5$

Actividad.

Parte 2. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

- | | | |
|--|----------------------|----------------|
| a) Cualquier número entre -3 y 7. | <input type="text"/> | $[-3,7]$ |
| b) Cualquier número menor a 7. | <input type="text"/> | $(-\infty,7)$ |
| c) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos. | <input type="text"/> | $(-3,\infty)$ |
| d) Cualquier número menor o igual a 7. | <input type="text"/> | $(-3,7)$ |
| e) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7. | <input type="text"/> | $(7,\infty)$ |
| f) Cualquier número mayor a -3. | <input type="text"/> | $[-3,7]$ |
| g) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3. | <input type="text"/> | $(-3,7]$ |
| h) Cualquier número mayor o igual a -3. | <input type="text"/> | $(-\infty,7]$ |
| i) Cualquier número menor a -3. | <input type="text"/> | $(-\infty,-3)$ |
| j) Cualquier número mayor a 7. | <input type="text"/> | $[-3,\infty)$ |

Parte 3. Relaciona ambas columnas poniendo dentro de cada rectángulo la letra que corresponda a la respuesta correcta.

- | | | |
|--|----------------------|----------------------|
| k) Cualquier número entre -3 y 7. | <input type="text"/> | $-3 \leq x < \infty$ |
| l) Cualquier número menor a 7. | <input type="text"/> | $-3 < x \leq 7$ |
| m) Cualquier número entre -3 y 7, incluyendo a los extremos. | <input type="text"/> | $-\infty < x < -3$ |
| n) Cualquier número menor o igual a 7. | <input type="text"/> | $-3 \leq x \leq 7$ |
| o) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser 7. | <input type="text"/> | $-\infty < x \leq 7$ |
| p) Cualquier número mayor a -3. | <input type="text"/> | $-3 < x < 7$ |
| q) Cualquier número entre -3 y 7, que también puede ser -3. | <input type="text"/> | $7 < x < \infty$ |
| r) Cualquier número mayor o igual a -3. | <input type="text"/> | $-\infty < x < 7$ |
| s) Cualquier número menor a -3. | <input type="text"/> | $-3 < x < \infty$ |
| t) Cualquier número mayor a 7. | <input type="text"/> | $-3 \leq x < 7$ |