

SEKOLAH MENENGAH ATAS

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK C

TURUNAN TRIGONOMETRI



Tujuan Pembelajaran :

1. Menentukan turunan trigonometri dengan menggunakan definisi.
2. Menggunakan sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri.

Petunjuk Kegiatan

1. Baca dan cermati setiap langkah yang terdapat dalam LKPD berikut dengan seksama
2. Lakukan kegiatan sesuai dengan langkah yang ada dan isilah jawabanmu pada kolom yang telah disediakan.
3. Diskusikan dengan teman sekelompokmu selama 15 menit. Jika terdapat masalah atau pertanyaan, bisa bertanya kepada guru

KELOMPOK ... :

1.
2.
3.
4.
5.
6.



Kegiatan 1

Menentukan turunan trigonometri dengan menggunakan definisi.



MASALAH 1

Apakah kalian masih mengingat Konsep Turunan Aljabar di kelas XI? Coba eksplorasi kembali dengan menggunakan Geogebra.



Turunan atau diferensiasi dari sebuah fungsi f adalah fungsi yang diberi lambang f' (dibaca f aksen

Dari eksplorasi geogebra diatas, bagaimana konsep Turunan Aljabar?



MARI BEREKSPLORASI

Dengan menggunakan Geogebra, carilah turunan dari grafik fungsi

Scan barcode dibawah ini, dan esplorasilah untuk menetukan turunan dari fungsi trigonometri



Kegiatan 1

Menentukan turunan trigonometri dengan menggunakan definisi.

MARI BEREKSPLORASI

Dengan menggunakan geogebra, isilah turunan fungsi trigonometri berikut ini.

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \cotan x \Rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \sec x \Rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \cosec x \Rightarrow f'(x) =$$

MARI MENGAMATI

Perhatikan contoh dan sifat-sifat trigonometri dibawah ini!

Contoh 1.

Carilah turunan dari fungsi $f(x) = \sin x$

Jawab:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \cos \frac{1}{2}(x+h+x) \cdot \sin \frac{1}{2}(x+h-x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \cos \frac{1}{2}(2x+h) \cdot \sin \frac{1}{2}(h)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \cos(x + \frac{1}{2}h) \cdot \sin \frac{1}{2}(h)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 2 \cdot \cos(x + \frac{1}{2}h) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}(h)}{h}$$

$$f'(x) = 2 \cos(x + \frac{1}{2} \cdot 0) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}(h)}{h}$$

$$f'(x) = 2 \cos(x) \cdot \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

Contoh 2.

Jika $f(x) = \sin x$, tentukan nilai dari $f'(\pi)$

Penyelesaian.

$$f(x) = \sin x, \text{ maka } f'(x) = \cos x$$

$$f'(\pi) = \cos 180^\circ = -1$$

Rumus Dasar Limit Trigonometri

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan cx}{dx} = \frac{c}{d}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x} = 1$$

Identitas Trigonometri

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$



Kegiatan 1

Menentukan turunan trigonometri dengan menggunakan definisi.



MARI MEJAWAB

Bagaimana turunan dari fungsi $f = \cos x$ dengan menggunakan konsep turunan yang sudah kalian jawab pada masalah diatas?

Apakah turunan yang kalian peroleh sama dengan menggunakan eksplorasi geoogebra?



Kesimpulan

Kegiatan 2

Menggunakan sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri.

Sebelum kamu menyelesaikan masalah pada kegiatan ini, perhatikan sifat-sifat dari turunan fungsi.

Sifat Turunan Fungsi

Misalkan u dan v merupakan fungsi-sungsi trigonometri dalam variabel x . Bentuk u' dan v' merupakan turunan pertama fungsi u dan v . Sifat-sifat turunan fungsi trigonometri sebagai berikut.

1. $f(x) = a \rightarrow f'(x) = 0, a \in \mathbb{R}$, karena a merupakan konstanta
2. $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
3. $f(x) = ax^n \rightarrow f'(x) = an x^{n-1}$
4. $f(x) = u(x) \pm v(x) \rightarrow f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$
5. $f(x) = k \cdot u(x) \rightarrow f'(x) = k \cdot u'(x)$
6. $f(x) = u(x) \cdot v(x) \rightarrow f'(x) = uv' + u'v$
7. $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

MARI MENGAMATI

CONTOH 1.

Tentukan turunan pertama dari fungsi $f(x) = \sin x + 3 \cos x$

Penyelesaian

Langkah 1. Buat permisalan dari fungsi tersebut

Misal $u(x) = \sin x$ dan $v(x) = 3 \cos x$

Langkah 2. Turunkan masing-masing fungsi $u(x)$ dan $v(x)$

$u'(x) = \cos x$ $v'(x) = -3 \sin x$

Langkah 3. Gunakan sifat turunan nomor 4.

$f(x) = u + v$

$f'(x) = u' + v'$

$f'(x) = \cos x - 3 \sin x$

Jadi, turunan pertamanya $f'(x) = \cos x - 3 \sin x$

Kegiatan 2

Menggunakan sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri.

CONTOH 2.

Tentukan turunan pertama dari fungsi

$$f(x) = \frac{\cotan x}{\cosec x}$$

Penyelesaian

Langkah 1. Buat permisalan dari fungsi tersebut

Misal $u(x) = \cotan x$ dan $v(x) = \cosec x$

Langkah 2. Turunkan masing-masing fungsi $u(x)$ dan $v(x)$

$u'(x) = -\cosec^2 x$ dan $v'(x) = -\cotan x \cdot \cosec x$

Langkah 3. Gunakan sifat turunan nomor 7.

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\cosec^2 x \cdot \cosec x - (-\cotan x \cdot \cosec x) \cdot \cotan x}{(\cosec x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\cosec^3 x - (-\cotan^2 x \cdot \cosec x)}{(\cosec x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\cosec^3 x + (\cotan^2 x \cdot \cosec x)}{(\cosec x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cosec x (-\cosec^2 x + \cotan^2 x)}{(\cosec x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(-\cosec^2 x + \cotan^2 x)}{\cosec x}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{\cosec x}$$

Ingat bahwa $\cotan^2 x + 1 = \cosec^2 x$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sin x}$$

Ingat bahwa $\cosec x = \frac{1}{\sin x}$

$$f'(x) = -\sin x$$

Jadi turunan pertama dari

$$f(x) = \frac{\cotan x}{\cosec x}$$

adalah $-\sin x$

MARI MENGERJAKAN

MASALAH 1

$$f(x) = 4x + \sin x$$

Penyelesaian



Kegiatan 2

Menggunakan sifat turunan untuk menentukan turunan fungsi trigonometri.

Perhatikan contoh berikut ini sebelum menyelesaikan masalah 1 dan 2.



MASALAH 2

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+\sin x}$$



KESIMPULAN