LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK
LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

SEKOLAH : NAMA :

MATA PELAJARAN : MATEMATIKA PEMINATAN KELAS:
KELAS/ SEMESTER : XII/ GANJIL
MATERI POKOK : LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Indikator Pencapaian Kompetensi

3.1.1 Menjelaskan limit fungsi trigonometri
3.1.2 Menunjukan rumus limit fungsi trigonometri
4.1.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

A. Materi

Video:

Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
2. $\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
3. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
4. $\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
5. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
6. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
7. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
8. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

LIVEWORKSHEETS

Sifat-Sifat Limit Fungsi

1. $\lim_{x\to c} k.f(x) = k.\lim_{x\to c} f(x)$
2. $\lim_{x\to c}\big(f(x)\pm g(x)\big) = \lim_{x\to c} f(x) \pm \lim_{x\to c} g(x)$
3. $\lim_{x\to c}\big(f(x).g(x)\big) = \lim_{x\to c} f(x).\lim_{x\to c} g(x)$
4. $\lim_{x\to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$
5. $\lim_{x\to c}\big(f(x)\big)^n = \Big(\lim_{x\to c} f(x)\Big)^n$
6. $\lim_{x\to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$

Rumus-Rumus Trigonometri

Berikut Rumus Trigonometri yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah terkait limit fungsi trigonometri.

1. **Sudut Berelasi**

$\cos(90-x) = \sin x$	$\cos(180-x) = -\cos x$
$\sin(90-x) = \cos x$	$\sin(180-x) = \sin x$
$\tan(90-x) = \cot x$	$\cot(180-x) = -\tan x$

2. **Identitas Trigonometri**

   $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
3. **Rumus Sudut Rangkap/Ganda**
   - $\sin 2A = 2\sin A.\cos A$
   - $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
   - $= 1 - 2\sin^2 A$
4. **Rumus Jumlah/Selisih Cosinus**

   $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{(A+B)}{2}\sin\dfrac{(A-B)}{2}$

KEGIATAN 1

Menentukan nilai limit bentuk tentu (Substitusi Langsung)

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah. Yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal.

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Jodohkan nilai limit berikut sehingga bernilai benar !

1. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} sin\ 4x$ =....
2. $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{Sin\ 3x + cos\ x}{tan\ x}$ =....
3. $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{cos\ x + tan\ 2x}{sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}$ =....
4. $\lim_{x\to \frac{3\pi}{4}} (tan\ x + 3)$ =....

- -2
- -1
- 0
- $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- 1
- $\sqrt{2}$
- 2

LIVEWORKSHEETS

KEGIATAN 2

Menentukan nilai limit bentuk tak tentu $\left(\text{bentuk } \frac{0}{0}\right)$

Untuk menyelesaikan suatu masalah terkait limit fungsi trigonometri, hal pertama yang kalian lakukan adalah dengan mensubstitusi nilai x ke fungsi tirgonometri. Namun ketika **hasil substitusi adalah bentuk tak tentu** yaitu $\frac{0}{0}$ maka kalian harus **memanipulasi** bentuk dengan **rumus-rumus trigonometri,** menggunakan **sifat-sifat limit fungsi,** dan menggunakan **rumus-rumus dasar limit fungsi trigonometri.**

1. **Tentukan Nilai** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin\ 3x + tan\ 2x}{5x}$**!**

   Penyelesaian:

   $$\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x + tan\ 2x}{5x} = \lim_{x \to 0} \frac{\ldots\ldots\ldots}{5x} + \lim_{x \to 0} \frac{\ldots\ldots\ldots}{5x} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} + \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$$

   Sifat limit yang digunakan adalah

2. **Tentukan nilai limit** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin\ 3x.tan\ 2x}{5x^2}$**!**

   Penyelesaian:

   $$\lim_{x \to 0} \frac{sin\ 3x.tan\ 2x}{5x^2} = \frac{1}{5} \times \lim_{x \to 0} \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \times \lim_{x \to 0} \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$$

   Sifat limit yang digunakan adalah

3. **Tentukan nilai limit** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos\ 5x - cos3x}{1 - cos\ 4x}$**!**

   Penyelesaian:

   Gunakan rumus-rumus trigonometri untuk mengubah bentuk ***Cos A - Cos B*** dan bentuk ***1 - Cos 2A*** maka penyelesaian dari $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos\ 5x - cos3x}{1 - cos\ 4x}$ adalah sebagai berikut:

   $$\lim_{x \to 0} \frac{cos\ 5x - cos3x}{1 - cos\ 4x} = \lim_{x \to 0} \frac{-2.\ Sin\ \ldots\ldots\ldots\ .Sin\ \ldots\ldots\ldots}{2.Sin^2\ \ldots\ldots\ldots}$$

   Kemudian gunakan Sifat Limit

   $$-\lim_{x \to 0} \frac{Sin\ \ldots\ldots\ldots\ .Sin\ \ldots\ldots\ldots}{Sin\ \ldots\ldots\ldots\ .\ Sin\ \ldots\ldots\ldots} = -\lim_{x \to 0} \frac{Sin\ \ldots\ldots\ldots}{Sin\ \ldots\ldots\ldots} \times \lim_{x \to 0} \frac{Sin\ \ldots\ldots\ldots}{Sin\ \ldots\ldots\ldots} = -\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$$

   Kesimpulan:

   Dari Kegiatan 1 dan 2 dapat kami simpulkan bahwa:

LIVEWORKSHEETS