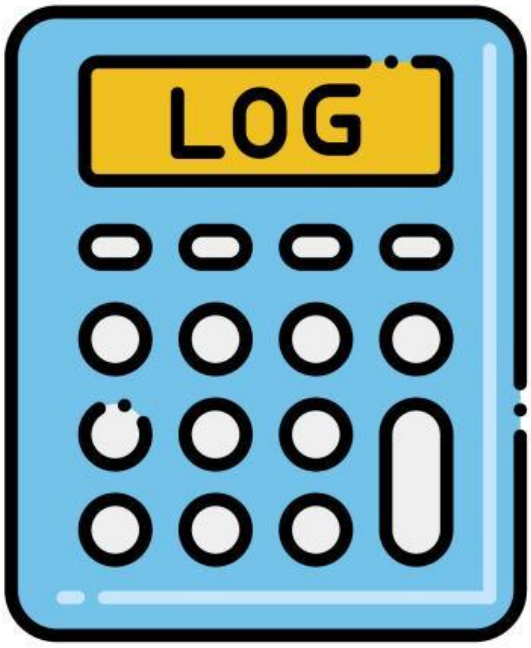
Pembelajaran Matematika
Logaritma



NAMA

Kelas

SMA

X / Semester 1

LIVEWORKSHEETS

Kompetensi Dasar

3.2 Mengidentifikasi sifat-sifat logaritma
3.3 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan logaritma

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan literasi numerisasi media offline maupun online, peserta didik dapat mengidentifikasi sifat-sifat logaritma dan menyelesaikan masalah logaritma dalam kehidupan sehari-hari.

LIVEWORKSHEETS

Logaritma Basis 10

Jika $10^3 = 1000$, maka $^{10}\log 1000 = 3$ dan begitu juga sebaliknya

Menentukan nilai dari $^{10}\log 100$

Cara 1:

Misalkan $^{10}\log 100 = x$,

ubah menjadi pangkat sehingga menjadi $10^x = 100$

cari nilai x yang sesuai, didapat x = 2

Sehingga, $^{10}\log 100 = 2$

Cara 2 menggunakan kalkulator

Tekan tombol log 1 0 0 lalu tekan =

maka akan muncul hasilnya, yaitu 2

Logaritma sebagai invers dari Eksponen

Untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$, berlaku $y = {}^a\log x \Leftrightarrow a^y = x$

Tabel hubungan logaritma dengan eksponen

LOGARITMA	EKSPONEN
$^{10}\log 100 = 20$	$10^2 = 100$
$^{3}\log 9 = 2$	$3^2 = 9$
$^{5}\log 125 = 3$	$5^3 = 125$
$^{1/5}\log 125 = -3$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$
$^{4}\log \frac{1}{64} = -3$	$4^{-3} = \frac{1}{64}$
$^{e}\log 1 = 0$	$e^0 = 1$

Contoh:

$^{2}\log 16$

Penyelesaian:

Misalkan $^{2}\log 16 = x$

$2^x = 16$

$2^x = 2^4$

LIVEWORKSHEETS

Sifat-sifat Logaritma

Sifat Perkalian

$^{a}log xy = ^{a} log x + ^{a} log y$

Contoh:

$log 100.000 = log(100 \cdot 1000) = log 100 + log 1000 = 2 + 3 = 5$

$log 10.000 = log(100 \cdot 100) = log 100 + log 100 = 2 + 2 = 4$

Sifat Pembagian

$^{a}\log \frac{x}{y} = {}^{a}\log x - {}^{a}\log y$

Contoh:

1) $\log \frac{100}{10} = \log 100 - \log 10 = 2 - 1 = 1$
2) $\log 50 - \log 5 = \log \frac{50}{5} = \log 10 = 1$

Sifat Perpangkatan

$^{a}\log x^{r} = r\,{}^{a}\log x$

Contoh:

$^{7}\log 49^{3} = 3 \cdot {}^{7}\log 49 = 3 \cdot {}^{7}\log 7^{2} = 3 \cdot 2 = 6$

Mengubah Bilangan Pokok Logaritma

Jika x bilangan positif dan $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ maka:

$^{a}log\ x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Contoh:

$\frac{^{2}\log 16}{^{2}\log 4} = {}^{4}\log 16 = {}^{4}\log 4^{2} = 2 \cdot {}^{4}\log 4 = 2$

Dari sifat $^{a}log\ x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, dapat diperoleh sifat:

1) $^{a}\log x = \frac{\log x}{\log a} = \frac{\log_e x}{\log_e a} = \frac{\ln x}{\ln a}$
2) $^{a}\log b.{}^{b}\log x = {}^{a}\log x$

LIVEWORKSHEETS

Lembar Kerja Peserta Didik

1) Nyatakan bentuk pangkat dari $8^{-1} = \frac{1}{8}$ dan $2^4 = 8$ dalam bentuk logaritma yang ekuivalen!
2) Nyatakan dalam bentuk penjumlahan: ${}^{2}\log(8)(2)$ dan sederhanakan hasilnya!
3) Nyatakan dalam bentuk pengurangan: ${}^{5}\log \frac{1000}{8}$ dan sederhanakan hasilnya!
4) Sederhanakan: ${}^{10}\log 28^7$!

Jawaban

LIVEWORKSHEETS

Lembar Kerja Peserta Didik

Soal 1

Caca berencana untuk menabung di bank sebesar Rp6.000.000,- dan setiap tahunnya Caca mendapatkan bunga dari bank sebesar 3%. Dibutuhkan berapa tahun supaya uang tabungan Caca menjadi 5x lipat?

Asumsikan bahwa:

$M_0 = modal\ awal$

$M_n = modal\ setelah\ menabung\ selama\ n\ tahun$

$a = bunga\ per\ tahun$

Diketahui:

Tabungan awal $(M_0) =$ ☐

Tabungan setelah n tahun $(M_n) =$ ☐

Ditanyakan:

Berapa n tahun tabungan caca menjadi 5x lipat dari tabungan awal?

Penyelesaian:

Dengan sifat logaritma, kita dapat mencari berapa lama Caca menabung sehingga tabungannya menjadi 5x lipat:

$Rumus: M_n = M_0(1+a)^n$

$M_n = 6.000.000(1+0{,}03)^n$

$\Leftrightarrow 30.000.000 = 6.000.000(1+0{,}03)^n$

$\Leftrightarrow$ ☐ / ☐ = ☐

$\Leftrightarrow$ ☐ = ☐

LIVEWORKSHEETS

$\Leftrightarrow \log \square = \log \square$

$\Leftrightarrow \log \square = \log \square$

$\Leftrightarrow \log \square = \square \times \log \square$

$\Leftrightarrow \square = \dfrac{\square}{\square}$

$\Leftrightarrow \square = \dfrac{\square}{\square}$

$\Leftrightarrow \quad n \quad = \square$

Jadi, Caca membutuhkan waktu $\square$ tahun

agar tabungannya menjadi 5x lipat.

LIVEWORKSHEETS

Lembar Kerja Peserta Didik

Soal 2

Sekumpulan amoeba akan membelah diri menjadi dua selama 2 jam. Diketahui banyak amoeba adalah 200, maka dibutuhkan berapa lama kah sehingga amoeba tersebut menjadi 20.000?

Asumsikan bahwa:

A = Banyak amoeba setelah beberapa jam tertentu

t = Waktu yang dibutuhkan amoeba menjadi 20.000

n = Amoeba membelah sebanyak n kali

Diketahui:

A = 20.000

n = 2

Fungsi yang diketahui setelah amoeba membelah dalam beberapa jam tertentu:

A = ☐ x ☐

Ditanyakan:

Berapa lama amoeba membelah menjadi 20.000?

Penyelesaian:

⇔ ☐ = ☐ x ☐

⇔ $\frac{\square}{\square}$ = ☐

⇔ ☐ = ☐

LIVEWORKSHEETS

$\Leftrightarrow \log \square = \log \square$

$\Leftrightarrow \log \square = \square \times \log \square$

$\Leftrightarrow \square = \dfrac{\square}{\square}$

$\Leftrightarrow \square = \dfrac{\square}{\square}$

$\Leftrightarrow t = \square$

Jadi, lama waktu amoeba membelah diri hingga 20.000 adalah $\square$ jam

LIVEWORKSHEETS

Kesimpulan

Definisi logaritma: ${}^{a}\log b = x \Leftrightarrow a^x = b$, diperoleh:

1) ${}^{a}\log a^n = n$
2) ${}^{a}\log a = 1$
3) ${}^{a}\log 1 = 0$

Sifat-sifat logaritma

a) ${}^{c}\log (a \times b) = {}^{c}\log a + {}^{c}\log b$
b) ${}^{c}\log \left(\frac{a}{b}\right) = {}^{c}\log a - {}^{c}\log b$
c) ${}^{c}\log a^n = n \times {}^{c}\log a$
d) ${}^{c}\log a = \frac{\log_p a}{\log_p c}$

${}^{c}\log a = \frac{1}{\log_a c}$

e) ${}^{c}\log a \times {}^{a}\log b = {}^{c}\log b$

${}^{c^n}\log a^m = c \cdot \frac{m}{n} \log a$

${}^{c^n}\log a^n = {}^{c}\log a$

f) $c^{\log_c a} = a$

LIVEWORKSHEETS