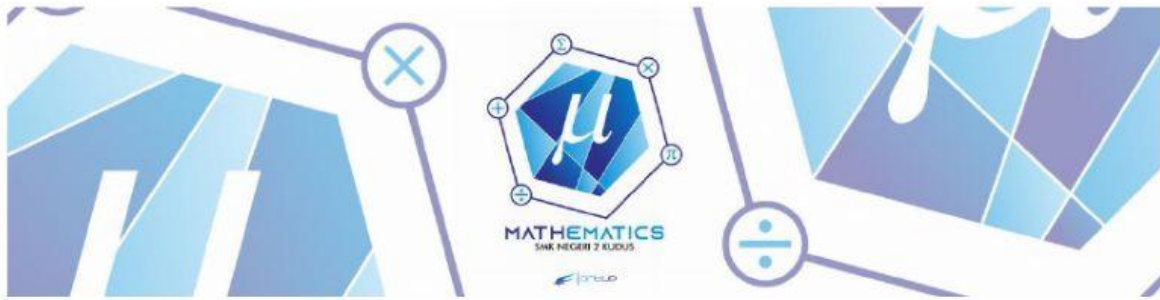




3. Menentukan Luas Daerah

Petunjuk Pembelajaran

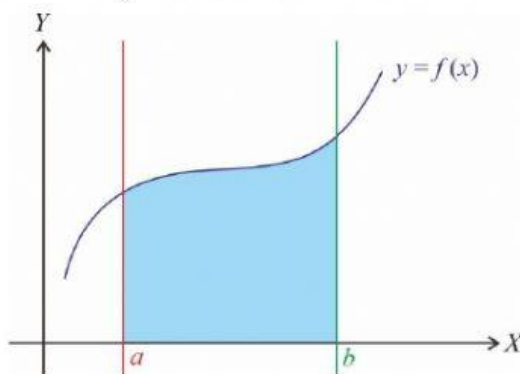
- Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.
- Lengkapi kotak yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.

Contoh:

- Setelah selesai klik [Finish](#) kemudian [Email my answer to my teacher](#).

3.1. Luas Daerah di Bawah Kurva

Jika akan dihitung luas daerah di bawah kurva $f(x)$ pada interval $a < x < b$, maka dapat digunakan integral dari $f(x)$ terhadap x pada interval (a, b) . Untuk lebih memahaminya, perhatikan gambar berikut.



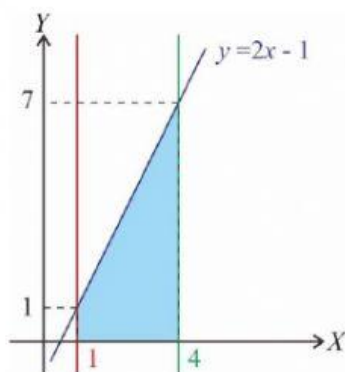
Luas daerah (L) antara kurva $y = f(x)$, sumbu X , garis $x = a$, dan garis $x = b$ dirumuskan sebagai berikut:

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

Contoh 1:

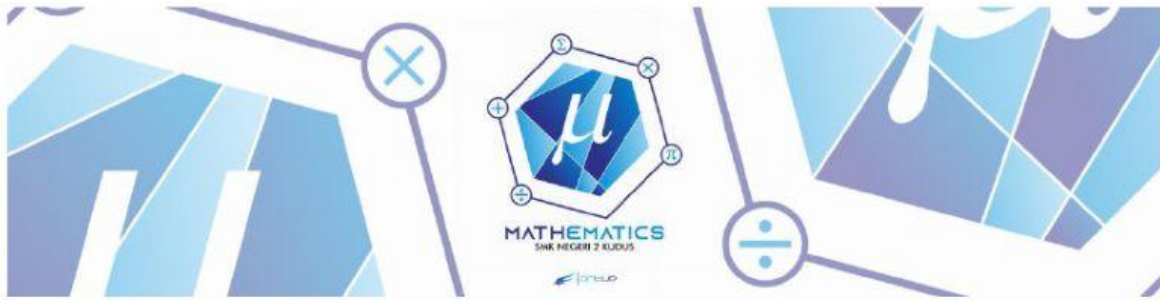
Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva $y = 2x - 1$, garis $x = 1$, garis $x = 4$, dan sumbu X .

Alternatif Penyelesaian:



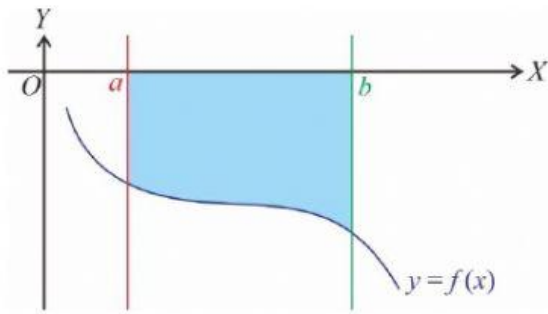
$$\begin{aligned} L &= \int_1^4 (2x - 1) dx \\ &= [x^2 - x]_1^4 \\ &= (4^2 - 4) - (1^2 - 1) \\ &= (16 - 4) - (1 - 1) \\ &= 12 \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah satuan luas.



3.2. Luas Daerah di Bawah Sumbu X

Perhatikan gambar berikut.



Luas daerah (L) antara kurva $y = f(x)$, sumbu X , garis $x = a$, dan garis $x = b$ dirumuskan sebagai berikut:

$$L = - \int_a^b f(x) dx$$

Contoh 2:

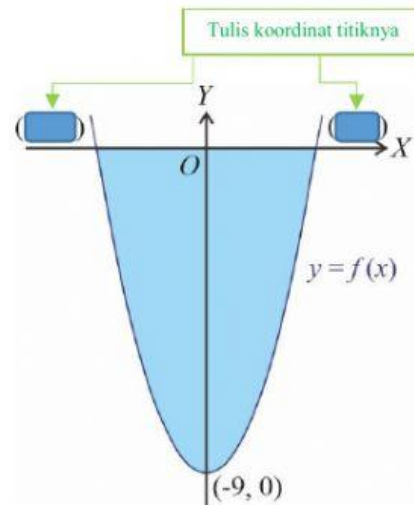
Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva $y = x^2 - 9$ dan sumbu X .

Alternatif Penyelesaian:

Untuk mencari batas atas dan batas bawah, tentukan dahulu titik potong kurva pada sumbu X , yaitu $y = 0$.

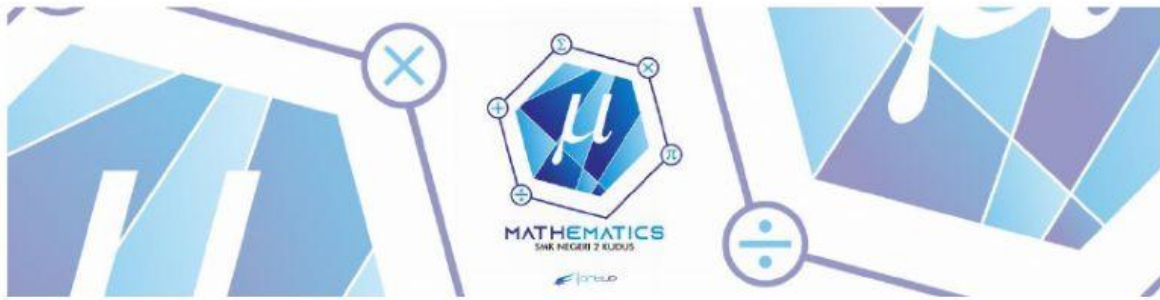
$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - \boxed{})(x + \boxed{}) &= 0 \\ \Leftrightarrow x_1 = \boxed{} \text{ atau } x_2 = \boxed{} \end{aligned}$$

Jadi, kurva $y = x^2 - 9$ memotong sumbu X di titik $(\boxed{}, 0)$ dan $(\boxed{}, 0)$.



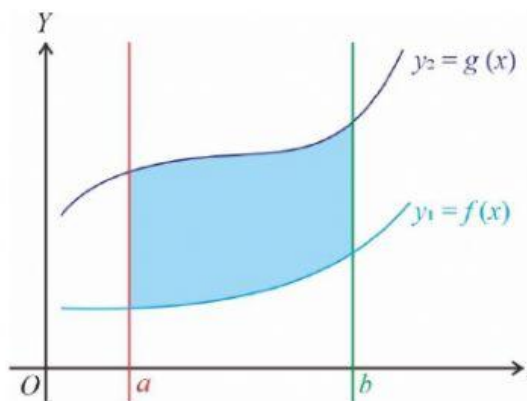
$$\begin{aligned} L &= - \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} (x^2 - 9) dx \\ &= - \left[\frac{\boxed{}}{\boxed{}} x^{\boxed{}} - \boxed{} \right]_{\boxed{}}^{\boxed{}} \\ &= - \left(\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \boxed{}^{\boxed{}} - \boxed{} \cdot \boxed{} \right) - \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \boxed{}^{\boxed{}} - \boxed{} \cdot \boxed{} \right) \right) \\ &= - \left((\boxed{} - \boxed{}) - (\boxed{} + \boxed{}) \right) \\ &= -(-\boxed{} - \boxed{}) = \boxed{} \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah $\boxed{}$ satuan luas.



3.3. Luas Daerah Antara Dua Kurva

Perhatikan gambar berikut.



Luas daerah (L) yang dibatasi oleh kurva $y_1 = f(x)$, $y_2 = g(x)$, garis $x = a$, dan garis $x = b$ dirumuskan sebagai berikut:

$$L = \int_a^b (y_2 - y_1) dx = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

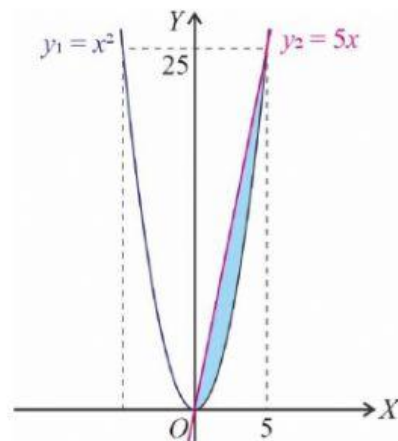
Contoh 2:

Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$ dan $y = 5x$.

Alternatif Penyelesaian:

Misal $y_1 = x^2$ dan $y_2 = 5x$, titik potong kedua kurva:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 5x \\ \Leftrightarrow x^2 - 5x &= 0 \\ \Leftrightarrow x \cdot (x - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \text{ atau } x = 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} L &= \int_a^b (y_2 - y_1) dx \\ &= \int_0^5 (5x - x^2) dx = \left[\frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^5 \\ &= \left(\frac{5}{2} \cdot 5^2 - \frac{1}{3} \cdot 5^3 \right) - \left(\frac{5}{2} \cdot 0^2 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right) \\ &= \left(\frac{125}{2} - \frac{125}{3} \right) - (0 - 0) = \frac{125}{6} \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah $\frac{125}{6}$ satuan luas.