



SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

oleh
Ahmad Zulfikar

Nama:

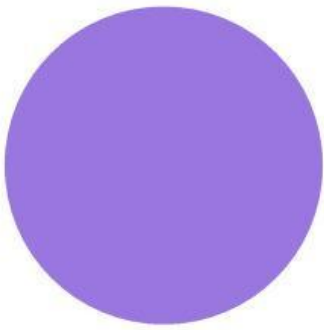
Kelas:

Hari/tanggal:

Petunjuk pengerjaan

1. Berdoalah sebelum belajar
2. Tulis identitasmu pada kolom yang tersedia
3. Baca dan pahami setiap materi yang diberikan
4. Pahami setiap soal yang diberikan
5. Liveworksheet hanya diisi 1 kali, cek kembali setiap halaman yang sudah diisi sebelum mengumpulkan ke guru





Kompetensi dasar dan indikator

Kompetensi Dasar	Indikator
3.2 Menyusun masalah sistem persamaan linear tiga variabel dari permasalahan yang disediakan	▪ Mengetahui suatu masalah yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel ▪ Memahami setiap materi yang diberikan dalam sistem persamaan linear tiga variabel ▪ Menyelesaikan masalah yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel
4.2 Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear tiga variabel	▪ Mengidentifikasi permasalahan yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel ▪ Merumuskan tiap-tiap butir soal yang diberikan dalam sistem persamaan linear tiga variabel ▪ Menyelesaikan butir soal dalam sistem persamaan linear tiga variabel

Tujuan pembelajaran:

Melalui *E-Worksheet*, siswa mampu menyusun masalah SPLTV dan menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan SPLTV





SEJARAH

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Gabriel Cramer (1704 – 1752) Gabriel Cramer, seorang matematikawan Swiss lahir di Jenewa pada 31 Juli 1704 dari pasangan Jean Isaac Cramer, seorang fisikawan Swiss dan Anne Mallet. Kedua saudaranya, yaitu Jean Antonie merupakan seorang doctor dan Jean seorang professor di bidang hukum. Gabriel Cramer inilah salah satu tokoh yang berperan dalam pengembangan sistem persamaan linear. Karya terbesarnya adalah metode Cramer (Cramer's Rule) yang merupakan salah satu metode penyelesaian dari permasalahan persamaan linear. Pada tahun 1750, bersamaan dengan dianugerahkannya sebagai professor filsafat di Academic de la Rive, Cramer mempublikasikan karyanya yang berjudul "Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques" yang memuat metode Cramer sebagai penyelesaian permasalahan linear.



Pengertian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sebelum masuk SPLTV, pasti kalian sudah mempelajari materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). Apa SPLDV itu?

Pengertian

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan sebuah persamaan linear yang mengandung 3 variabel. Yaitu variabel x , y , dan z . SPLTV mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3$$

Contoh:

Perhatikan masalah berikut!

1. Tahap Big Question

Pada tahap big question akan disajikan pertanyaan besar mengenai SPLTV

Dalam sebuah konstruksi bangunan, ada 3 pekerja yang masing-masing membutuhkan bahan bangunan untuk membangun rumah. Radit menghabiskan 3 karung semen, 1 pick up pasir dan 1 pick up batu bata sebesar Rp.400.000,00. Sementara Rudi menghabiskan 4 karung semen, 2 pick up pasir dan 1 pick up batu bata sebesar Rp.500.000,00. Sementara Bayu menghabiskan 2 karung semen, 2 pick up pasir dan 3 pick up batu bata sebesar Rp.650.000,00. Jika rumah tersebut selesai dibangun maka berapakah harga masing-masing harga 1 karung semen, pasir, dan batu bata?

Penyelesaian:

Permasalahan diatas dapat diselesaikan dengan cara merubahnya ke dalam Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

Misal: Untuk masing-masing harga disingkat menjadi 400, 500, dan 650 (dalam ribuan)

2. Tahap Investigasi

Pada tahap investigasi, siswa akan menjawab beberapa pertanyaan dan mencari hasilnya

Misalkan banyaknya karung semen = x ; banyaknya pick up pasir = y ; dan banyaknya pick up batu bata = z

Maka untuk menjadi sebuah persamaan dibuat bentuk persamaan berikut:

Radit: 3 karung semen, 1 pick up pasir, 1 pick up batu bata

$$3x + y + z = 400$$

Rudi: 4 karung semen, 2 pick up pasir, 1 pick up batu bata

$$4x + 2y + z = 500$$

Bayu: 2 karung semen, 2 pick up pasir, 3 pick up batu bata

$$2x + 2y + 3z = 650$$

Metode Eliminasi

Untuk mencari jawaban, terlebih dahulu kita ubah persoalan tersebut ke dalam sistem persamaan

$$\begin{cases} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \end{cases}$$

Selanjutnya akan dicari dengan metode eliminasi

$$\begin{array}{r} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 - \\ \hline -x - y = -100 \end{array}$$

..... (1)

$$\begin{array}{r} 3x + y + z = 400 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \times \\ \hline 9x + 3y + 3z = 1200 \\ 1 \times \\ \hline 2x + 2y + 3z = 650 \end{array}$$

..... (2)

Dari persamaan (1) dan (2) kita bisa cari masing-masing nilai x dan y . karena nilai atau angka persamaan 2 lebih besar, maka kita kurangkan persamaan (2) dengan (1)

$$\begin{array}{r} 9x + 3y + 3z = 1200 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \\ \hline 7x = 550 \end{array}$$
$$6x = 450$$
$$x = \frac{450}{6}$$
$$x = 75$$

Lalu eliminasi kedua persamaan untuk mendapatkan nilai y

$$\begin{array}{r} 9x + 3y + 3z = 1200 \\ 7x + 7y = 700 \\ \hline -6y = -150 \end{array}$$
$$y = \frac{-150}{-6}$$
$$y = 25$$

Selanjutnya kita bentuk 2 persamaan dengan variabel z

$$\begin{array}{r} 4x + 2y + z = 500 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \\ \hline 2x = 150 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ \hline -x - y = -100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times \\ \hline 6x + 2y + 2z = 800 \\ 1 \times \\ \hline 4x + 2y + z = 500 \end{array}$$

Lalu eliminasi kedua persamaan untuk mendapatkan nilai z

$$\begin{array}{r} 6x + 2y + 2z = 800 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ \hline 2z = 300 \end{array}$$
$$-3z = -450$$
$$z = \frac{-450}{-3}$$
$$z = 150$$

Jadi, nilai x , y , dan z berturut-turut adalah $x = 75$, $y = 25$ dan $z = 150$

Metode Substitusi



Untuk langkah selanjutnya dalam mencari nilai x dan y , akan dilakukan metode substitusi

$$\begin{cases} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \end{cases}$$

Mula-mula kita bisa mencari nilai y .

$$3x + y + z = 400$$

$$y = \text{.....} \quad (1)$$

Masukkan nilai y ke salah satu persamaan untuk mencari nilai z

$$4x - 2y + z = 500$$

$$4x + 2(\text{.....}) + z = 500$$

$$4x + 800 - 6x - 2z + z = 500$$

$$-2x - z = 500 - 800$$

$$-2x - z = \text{.....}$$

$$2x + z = \text{.....} \Rightarrow z = \text{.....} \quad (2)$$

Kita substitusikan satu persamaan lagi

$$2x + 2y + 3z = 650$$

$$2x + 2(\text{.....}) + 3z = 650$$

$$2x + 800 - 6x - 2z + 3z = 650$$

$$-4x + z = 650 - 800$$

$$-4x + z = \text{.....}$$

$$4x - z = \text{.....} \quad (3)$$

Substitusikan persamaan (2) oleh persamaan (3) untuk mendapatkan nilai x

$$4x - z = \text{.....}$$

$$4x - (\text{.....}) = \text{.....}$$

$$4x - (\text{.....}) - 300 = \text{.....}$$

$$6x = \text{.....} + 300$$

$$6x = 450$$

$$x = \text{.....}$$

Masukkan nilai x ke salah satu persamaan

$$2x + z = 300$$

$$2(\text{.....}) + z = 300$$

$$150 + z = 300$$

$$z = 300 - 150$$

$$z = \text{.....}$$

Masukkan nilai y ke salah satu persamaan

$$y = 400 - 3x - z$$

$$y = 400 - 3(\text{.....}) - \text{.....}$$

$$y = \text{.....}$$

Jadi, nilai x , y , dan z berturut-turut adalah $x = \text{.....}$, $y = \text{.....}$ dan $z = \text{.....}$

METODE CAMPURAN

Metode gabungan/campuran merupakan cara penyelesaian dengan menggabungkan dua metode sekaligus, yakni metode eliminasi dan metode substitusi. Metode ini bisa dikerjakan dengan substitusi terlebih dahulu atau dengan eliminasi terlebih dahulu.

Contoh:

$$\begin{cases} 3x + y + z = 400 \\ 4x + 2y + z = 500 \\ 2x + 2y + 3z = 650 \end{cases}$$

Langkah pertama kita akan lakukan metode substitusi

$$3x + y + z = 400$$

$$y = \text{[]}$$

$$4x + 2y + z = 500$$

$$4x + 2(\text{[]}) + z = 500$$

$$4x + 800 - 6x - 2z + z = 500$$

$$-2x - z = 500 - 800$$

$$\text{[]}$$

$$\text{[]}$$

..... (1)

$$2x + 2y + 3z = 650$$

$$2x + 2(\text{[]}) + 3z = 650$$

$$2x + 800 - 6x - 2z + 3z = 650$$

$$-4x + z = 650 - 800$$

$$\text{[]}$$

$$\text{[]}$$

..... (2)

Selanjutnya lakukan metode eliminasi

$$\text{[]}$$

$$\text{[]} -$$

$$\text{[]}$$

$$6x = 450$$

$$x = \text{[]}$$

Eliminasi x untuk mencari nilai z

$$\text{[]} \begin{array}{|l} 4 \\ 2 \end{array} \text{[]} -$$

$$\text{[]} \begin{array}{|l} 4 \\ 2 \end{array} \text{[]} -$$

$$6z = 900$$

$$z = \text{[]}$$

Selanjutnya lakukan metode substitusi kembali

$$3x + y + z = 400$$

$$3(\text{[]}) + y + \text{[]} = 400$$

$$\text{[]} + y + 150 = 400$$

$$375 + y = 400$$

$$y = 400 - \text{[]}$$

$$y = \text{[]}$$

Jadi, nilai x, y, dan z berturut-turut adalah x = [], y = [] dan z = []



3.Tahap Review

Pada tahap review, siswa akan menampilkan hasil jawabannya didepan kelas
Maka dapat disimpulkan bahwa SPLTV adalah

Variabel yang terdapat dalam SPLTV yaitu

SPLTV dapat diselesaikan dalam metode: