



Kurikulum Merdeka

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Materi :

KOMPOSISI FUNGSI DAN FUNGSI INVERS

Untuk kelas XI



Siti Mutammimah

Kelompok :

Anggota :

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Petunjuk Belajar:

1. Berdoalah sebelum mengerjakan LKPD
2. Gunakan sumber belajar buku pegangan peserta didik kurikulum merdeka, ppt materi.
3. Silakan kalian baca dan pahami LKPD dengan teliti.
4. Ikuti langkah-langkah kegiatan yang ada pada LKPD.
5. Apabila ada yang kurang dimengerti silakan kalian tanyakan kepada guru.
6. Alokasi pengerjaan terbagi sebagai berikut :
 - Aktivitas 1 dan 2 dikerjakan pada pertemuan 1.
 - Aktivitas 3 dan 4 dikerjakan pada pertemuan 2.
7. Hasil kerja kelompok akan dipresentasikan di depan kelas.
8. Selamat mengerjakan !

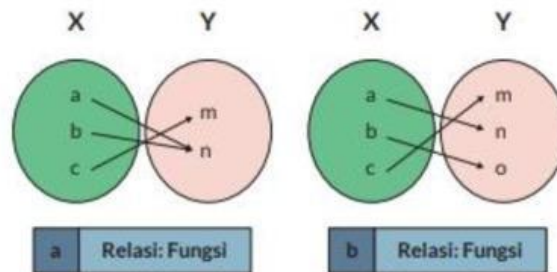
Tujuan Pembelajaran:

Melalui model Problem Based Learning (PBL) dengan pendekatan TPACK, berbasis PPP (Beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dan berakhlak mulia, gotong royong, berpikir kritis) serta metode diskusi, curah pendapat, tanya jawab, ceramah (condition) peserta didik (audience) mampu:

1. mengidentifikasi konsep fungsi,
2. mengidentifikasi konsep komposisi fungsi,
3. mengidentifikasi konsep fungsi,
4. menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan komposisi fungsi dan fungsi invers.

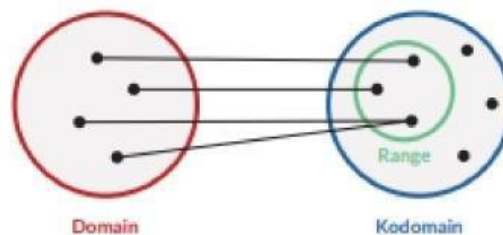
Ringkasan Materi

Fungsi merupakan suatu relasi yang menghubungkan satu anggota dari suatu himpunan **tepat ke satu** anggota di himpunan yang lain.



Pengertian domain, kodomain, dan range

- Domain atau daerah asal adalah himpunan yang anggotanya terdiri atas unsur-unsur pertama suatu relasi.
- Kodomain atau daerah kawan adalah himpunan yang anggotanya terdiri atas unsur-unsur kedua suatu relasi.
- Range atau daerah hasil adalah himpunan yang anggotanya terdiri atas unsur-unsur kedua yang memiliki pasangan dengan unsur-unsur pertama suatu relasi.



Definisi Komposisi Fungsi

Jika $g : A \rightarrow B$ dan $f : B \rightarrow C$ merupakan dua fungsi maka komposisi keduanya $f(g(x))$ dinyatakan dengan notasi $(f \circ g)(x)$ adalah fungsi dari domain A ke kodomain C .

1) Penjumlahan dan Pengurangan Fungsi

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan dua fungsi dengan domain masing-masing D_f dan D_g . Maka penjumlahan $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ menghasilkan fungsi yang baru dengan domain $D_f \cap D_g$.

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan dua fungsi dengan domain masing-masing D_f dan D_g . Maka pengurangan $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ menghasilkan fungsi yang baru dengan domain $D_f \cap D_g$.

2) Perkalian dan Pembagian

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan dua fungsi dengan domain masing-masing D_f dan D_g . Maka perkalian $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ menghasilkan fungsi yang baru dengan domain $D_f \cap D_g$.

Pembagian dua fungsi $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ secara umum belum tentu menghasilkan fungsi.

Supaya $\frac{f}{g}$ menjadi sebuah fungsi, pembagi g tidak boleh memiliki nilai 0. Dengan kata lain, f/g adalah fungsi dengan domain $(D_f \cap D_g) - \{x | g(x) = 0\}$.

Definisi Fungsi Invers

Fungsi yang berkebalikan operasinya dari fungsi asalnya disebut sebagai **fungsi invers**. Fungsi ini memetakan anggota yang ada di range fungsi asal ke anggota yang ada di domain fungsi asal. Fungsi invers dituliskan sebagai f^{-1} . Kalian perhatikan bahwa -1 di sini bukan merupakan suatu pangkat. Berdasarkan jenis relasinya, fungsi dibagi menjadi tiga jenis:

1. Fungsi Injektif (Fungsi Satu-Satu)

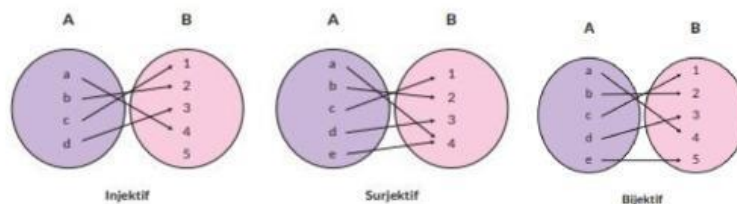
Fungsi f dari A ke B merupakan fungsi injektif jika setiap anggota A mempunyai bayangan berbeda anggota B .

2. Fungsi Surjektif (Fungsi Onto)

Fungsi f dari A ke B merupakan fungsi surjektif jika setiap anggota B mempunyai pasangan dengan anggota A .

3. Fungsi Bijektif (Fungsi Berkorespondensi Satu-Satu)

Suatu fungsi dikatakan fungsi bijektif jika fungsi tersebut merupakan injektif sekaligus surjektif.



SOAL

1. Jika $f(x) = \frac{1}{x}$ dan $g(x) = 2x + 1$, tentukan:

- $(f \circ g)(x)$.
- $(f \circ g)(3)$ dan $(f \circ g)(-3)$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(\dots) \\ &= \frac{\dots}{2x + 1} \end{aligned}$$

Jadi hasil dari $(f \circ g)(x)$ adalah ...

$$\text{b. } (f \circ g)(3) = \frac{1}{\dots(3) + \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$(f \circ g)(-3) = \frac{1}{\dots(-3) + \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi hasil dari $(f \circ g)(3)$ dan $(f \circ g)(-3)$ adalah ...

2. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{2x-4}{5-x}$, $x \neq 5$, dan $g(x) = 3x + 7$. Fungsi invers dari $(g \circ f)(x)$ adalah ...

Penyelesaian:

Akan dicari $(g \circ f)(x)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g\left(\frac{2x-4}{\dots}\right) \\ &= 3\left(\frac{2x-4}{\dots}\right) + 7 \\ &= \frac{\dots}{5-x} + \frac{7(5-x)}{\dots} \\ &= \frac{-x+23}{\dots} \end{aligned}$$

Misalkan $y = (g \circ f)(x)$, maka diperoleh

$$y = \frac{-x + 23}{\dots}$$

$$5y - xy = \dots + \dots$$

$$5y - \dots = \dots + xy$$

$$5y - \dots = x(\dots + y)$$

$$x = \frac{\dots - \dots}{-1 + y}$$

$$(g \circ f)^{-1}(y) = \frac{5y - \dots}{\dots + y}$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{\dots - \dots}{-1 + x}$$

$$\text{Jadi diperoleh } (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{\dots - \dots}{-1 + x}$$

SOAL MASALAH

Suatu pabrik tepung dengan bahan dasar beras (x) memproduksi tepung beras melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin I menghasilkan bahan tepung beras setengah jadi (y) dengan mengikuti fungsi $y = f(x) = \frac{1}{9}x^2 - x + 5$ Tahap kedua menggunakan mesin II menghasilkan tepung beras dengan fungsi $g(y) = 7y + 3$, dengan x, y dalam satuan ton. Jika beras yang tersedia untuk suatu produksi sebanyak 9 ton, banyak tepung beras yang dihasilkan adalah ton.

Penyelesaian:

Banyak tepung beras yang diproduksi bergantung pada banyak beras yang tersedia. Diketahui: $y = f(x) = \frac{1}{9}x^2 - x + 5$ dan $g(y) = 7y + 3$.

Berdasarkan aturan komposisi fungsi, diperoleh

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g\left(\frac{1}{9}x^2 - x + 5\right) \\ &= \dots\left(\frac{1}{9}x^2 - x + 5\right) + \dots\end{aligned}$$

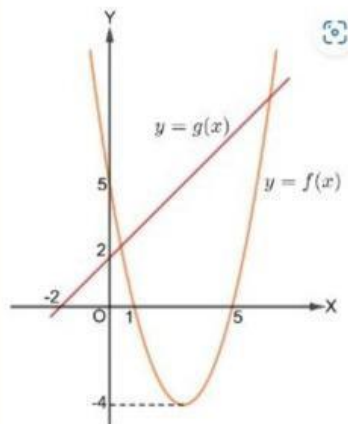
Karena banyak beras yang tersedia sebanyak 9 ton, artinya $x = 9$, kita peroleh

$$\begin{aligned}(g \circ f)(9) &= \dots\left(\frac{1}{9}\dots^2 - 9 + 5\right) + \dots \\ &= 7(\dots - 9 + 5) + \dots \\ &= \dots(\dots) + 3 = \dots\end{aligned}$$

Jadi, banyak tepung beras yang dihasilkan adalah ... ton.

SOAL GRAFIK

Gambar berikut merupakan grafik fungsi dari $f(x)$ dan $g(x)$.



Nilai komposisi fungsi $(f \circ g)(4)$ dari grafik fungsi tersebut adalah ...

Penyelesaian:

Grafik fungsi g berupa garis lurus yang melalui titik $(-2, 0)$ dan $(2, 0)$. Persamaan garisnya adalah $-2y + 2x = (-2)(2)$ atau ekuivalen dengan $g(x) = y = x + 2$. Grafik fungsi f berupa parabola yang memotong sumbu X di titik $(1, 0)$ dan $(5, 0)$, serta melalui titik $(0, 5)$. Fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di dua titik berbeda dirumuskan oleh $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Anggap $a = 1$ sehingga kita peroleh $y = (x - \dots)(x - \dots)$.

Cek: Jika kita substitusikan $x = 0$ dan $y = 5$ (karena grafiknya melalui titik $(0, 5)$), kita peroleh

$5 = (0 - 1)(0 - 5) = \dots$, merupakan pernyataan yang benar.

Dengan demikian, $f(x) = (x - 1)(x - 5)$.

Dengan demikian,

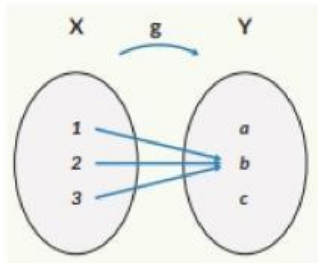
$$\begin{aligned}(f \circ g)(4) &= f(g(4)) \\ &= f(\dots + 2) \\ &= f(\dots) \\ &= (\dots - 1)(\dots + 5) \\ &= 5(\dots) = \dots\end{aligned}$$

Jadi nilai dari $(f \circ g)(4) = \dots$

TUGAS INDIVIDU

1. Perhatikan diagram panah di bawah ini.

Apakah fungsi $g(x)$ mempunyai fungsi invers? Jelaskan



2. Hasil dari $(f \circ g)(x) = (2x + 3)^3$ sedangkan $f(x) = x^3$ tentukan $g(x)$?
3. Jika $f(3) = 7$, $g(3) = 6$, $f(6) = 13$, $g(6) = 12$, tentukan $(f \circ g)(3)$?

Masalah 1

Selidikilah apakah harga setelah diskon 25% yang dilanjutkan dengan diskon 20% sama dengan harga setelah diskon 20% yang dilanjutkan dengan diskon 25%. Apakah berlaku sifat komutatif dalam komposisi fungsi ini?

Masalah 2

Selidikilah apakah harga setelah diskon 25% yang dilanjutkan dengan potongan Rp15.000,00 sama dengan harga setelah kena potongan Rp15.000,00 yang dilanjutkan dengan diskon 25%. Apakah berlaku sifat komutatif dalam komposisi fungsi ini?