

LKPD

(Lembar Kerja Peserta Didik)

MATEMATIKA PEMINATAN KELAS X

PERKALIAN SKALAR DUA VEKTOR

OLEH :

MOH. NAFIS FATHUNIAM

NAMA	
KELAS	

A. Identitas LKPD

Mata pelajaran : Matematika Peminatan
 Kelas : X (sepuluh)
 Alokasi Waktu : 2 x 45 menit
 Judul LKPD : Perkalian Skalar Dua Vektor

B. Kompetensi Dasar

- 3.2 Menjelaskan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga
- 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Vektor, operasi Vector panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.

C. Petunjuk Penggunaan LKPD

LKPD ini dirancang untuk memfasilitasi siswa dalam melakukan kegiatan pembelajaran secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan LKPD berikut.

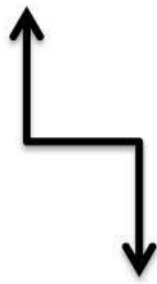
1. Berdoalah sebelum mempelajari LKPD ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh penyelesaian permasalahan yang disediakan dan kalau memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, .Jika menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
5. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan Anda terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.

D. Materi Pembelajaran

Pada LKPD disajikan materi Perkalian Skalar Dua Vektor serta beberapa contoh soal dan Uji Kompetensi

E. Tujuan Pembelajaran

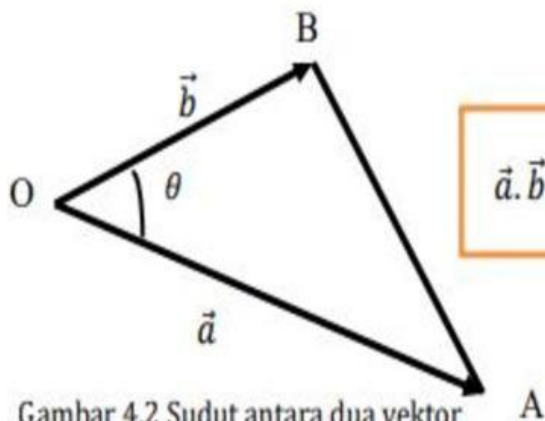
Setelah kegiatan pembelajaran ini diharapkan peserta didik dapat menentukan perkalian skalar dua vektor bila diketahui komponen-komponennya.



PERKALIAN SKALAR DUA VEKTOR

Pengertian Perkalian Skalar Dua Vektor

Dua vektor bukan nol dapat dikalikan dan hasilnya merupakan scalar Hal ini sering disebut sebagai dot product (hasil kali titik) dari dua vektor dan dinyatakan $\vec{a} \cdot \vec{b}$ didefinisikan sebagai $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$ dengan θ sudut antara vektor $\vec{a}$ dan vektor $\vec{b}$ seperti gambar berikut



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$$



Contoh 1 :

Diketahui $|\vec{a}| = 8$ dan $|\vec{b}| = 4$ dan sudut antara vektor $\vec{a}$ dan vektor $\vec{b}$ adalah 90° tentukan nilai $\vec{a} \cdot \vec{b}$!

Jawab 1 :

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha \\ &= 8 \cdot 4 \cdot \cos 90^\circ\end{aligned}$$

$$= 32 \cdot 0$$

$$= 0$$

Contoh 2 :

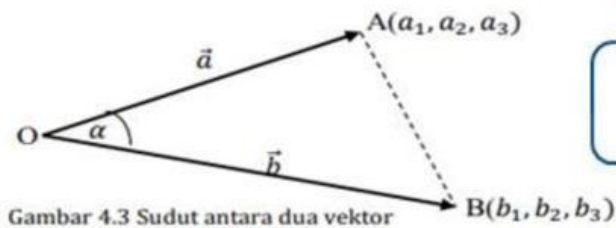
Diketahui $|\vec{a}| = 6$ dan $|\vec{b}| = 5$ dan sudut antara vektor a dan vektor b adalah 60° tentukan nilai $2\vec{a} \cdot \vec{b}$!

Jawab 2 :

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |2\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta \\ &= 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 60 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 30 \end{aligned}$$

Perkalian skalar antar dua vektor dapat dinyatakan dalam

Coba Anda perhatikan vektor berikut.



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Contoh 3:

Diketahui vektor $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ dan $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, tentukan Perkalian skalar vektor a dan b .

Jawab 3 :

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 \\ &= 2.1 + 3.2 + 6.2 \\ &= 2 + 6 + 12 \\ &= 20 \end{aligned}$$



Sifat Perkalian Skalar Dua Vektor

Nilai $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bergantung pada sudut apit antara dua vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ maka (θ) diperoleh sifat

1. Jika $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, maka: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$
2. Jika θ tidak diketahui, maka $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$
3. Sifat-sifat perkalian vektor $\vec{a}$, $\vec{b}$ dan $\vec{c}$ berlaku:
 - o $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
 - o $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
 - o $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
 - o Jika $\vec{a} \neq 0$, $\vec{b} \neq 0$, dan $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, maka $\vec{a} \perp \vec{b}$ ($\theta = 90^\circ$)



Contoh 4 :

Tentukan nilai p agar vektor $\vec{a} = p\vec{i} - 2p\vec{j} - 3\vec{k}$ tegak lurus vektor $\vec{b} = p\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$,

Jawab 4 :

$\vec{a}$ tegak lurus $\vec{b}$ maka $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$$

$$p.p + (-2p).2 + (-3.4) = 0$$

$$p^2 - 4p - 12 = 0$$

$$(p - 6)(p + 2) = 0$$

$$p - 6 = 0 \text{ atau } p + 2 = 0$$

$$p = 6 \text{ atau } p = -2$$

Jadi agar kedua vektor tegak lurus $p = -2$ atau $p = 6$



Contoh 5 :

Jika vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ membentuk sudut 60° , $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$ maka tentukan $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

Jawab 5 :

$$\begin{aligned}
 \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) &= \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} \\
 &= |\vec{a}|^2 - |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \\
 &= 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ \\
 &= 16 - 12 \cdot \frac{1}{2} \\
 &= 16 - 6 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

**Contoh 6 :**

Jika diketahui titik $P(2, -1, 4)$, $Q(4, 1, 3)$ dan $R(2, 0, 5)$, Jika vektor $\vec{a}$ mewakili vektor $\overrightarrow{PQ}$ dan $\vec{b}$ mewakili vektor $\overrightarrow{PR}$. Hitunglah $2\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$

Jawab 6 :

$$\begin{aligned}
 \vec{a} &= \overrightarrow{PQ} & \vec{b} &= \overrightarrow{PR} \\
 &= \vec{q} - \vec{p} & &= \vec{r} - \vec{p} \\
 &= \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} & &= \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} & &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) &= 2\vec{a} \cdot \vec{a} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\
 &= 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 &= 2 \cdot (4 + 4 + 1) + 2(0 + 2 - 1) \\
 &= 18 + 2 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

Contoh 7 :

Jika diketahui $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ dan $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$. Tentukan $|\vec{a} - \vec{b}|$

Jawab 7 :

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) \\ &= \vec{a} \cdot \vec{a} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b} \\ &= |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \\ &= 2^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 3^2 \\ &= 4 - 3 + 9 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$$

Jadi nilai $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} + \vec{b}) \\ 4^2 &= \vec{a} \cdot \vec{a} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b} \\ 16 &= |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \\ 16 &= 2^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 3^2 \\ 16 - 4 - 9 &= 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 3 &= 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{aligned}$$



UJI KOMPETENSI :

1. Apabila diketahui $|\vec{a}| = 2$ dan $|\vec{b}| = 6$ serta sudut antara $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ adalah 60° maka tentukan nilai $\vec{a} \cdot \vec{b}$!
2. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ Tentukan nilai $\vec{a} \cdot \vec{b}$
3. Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ dan $\vec{c} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ tentukan $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$!