MODUL
PEMBELAJARAN

Menentukan Luas Daerah

SMA
XI

Semester 2

Litasari Ratna Dewi (210108110077)

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK MODUL

1. Baca dan pahami materi yang ada dengan baik.
2. Jika dengan membaca dan memahami materi masih belum jelas, dapat dikuatkan dengan memahami contoh soal *(NITENI)*.
3. Kerjakan latihan soal (*NIROKE*) dan tugas (*NAMBAHI*) yang diberikan.

LIVEWORKSHEETS

KD, IPK, & TUJUAN PEMBELAJARAN

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.34 Menentukan luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu	3.34.1 Menentukan luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu
4.34 Menyelesaikan masalah luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu	4.34.1 Menyelesaikan masalah luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran daring (online) ini, diharapkan peserta didik dapat:

3.34.1 Menentukan luas daerah menggunakan integral tentu secara tepat.

4.34.1 Menyelesaikan masalah luas daerah dengan menggunakan integral tentu secara tepat.

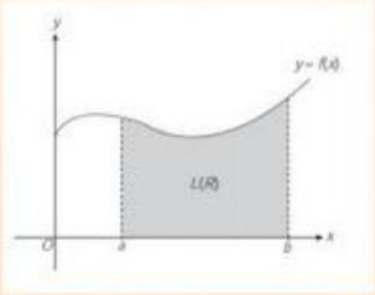
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

a. Menentukan Luas Daerah di Atas Sumbu-x

Perhatikan gambar berikut



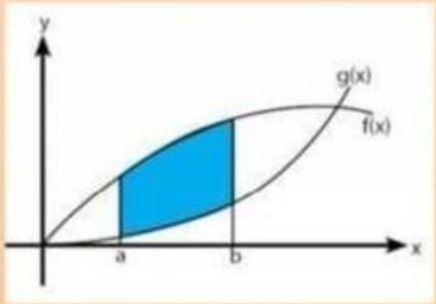
Misalkan R daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b], maka luas daerah R adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(R) = \int_a^b (f(x) - 0)\, dx$$

$$\boldsymbol{L(R) = \int_a^b f(x)\, dx}$$

Perhatikan gambar berikut



Misalkan A daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), y = g(x), garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b], maka luas daerah A adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$\boldsymbol{L(A) = \int_a^b (f(x) - g(x))\, dx}$$

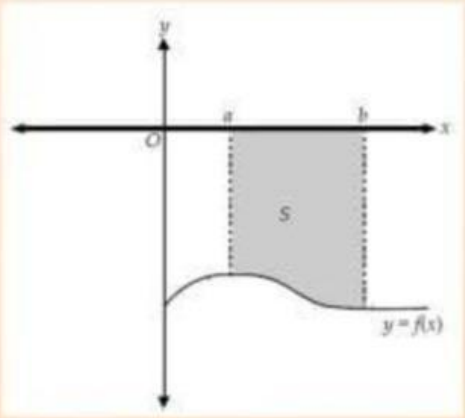
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

b. Menentukan Luas Daerah di Bawah Sumbu-x

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan S daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \leq 0$ pada [a, b], maka luas daerah S adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(S) = \int_a^b \big(0 - f(x)\big)\, dx$$

$$L(S) = \int_a^b -f(x)\, dx$$

$$\boldsymbol{L(S) = -\int_a^b f(x)\, dx}$$

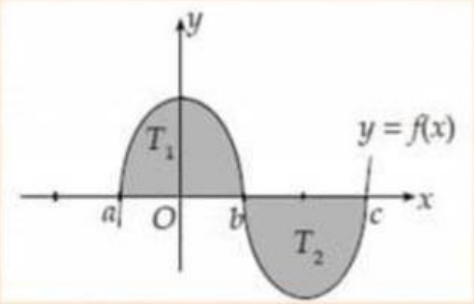
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

c. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya Memotong Sumbu x

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan T daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_3 = c$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b] dan $f(x) \leq 0$ pada [b, c], maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = LT_1 + LT_2$$

$$L(T) = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx + \int_{x_2}^{x_3} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(T) = \int_{a}^{b} (f(x) - 0)\, dx + \int_{b}^{c} (0 - f(x))\, dx$$

$$L(T) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx + \int_{b}^{c} (-f(x))\, dx$$

$$\boldsymbol{L(T) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx - \int_{b}^{c} f(x)\, dx}$$

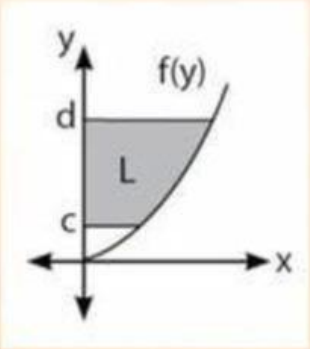
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

d. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kanan Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \geq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L

adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{y_1}^{y_2} (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} (f(y) - 0)\, dy$$

$$\boldsymbol{L(L) = \int_{c}^{d} f(y)\, dy}$$

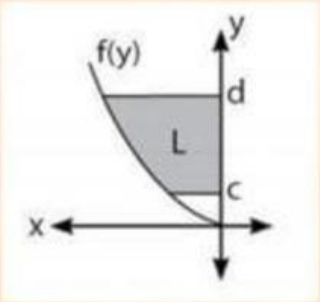
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

e. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kiri Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \leq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{y_1}^{y_2} (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} \big(0 - f(y)\big)\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} -f(y)\, dy$$

$$\boldsymbol{L(L) = -\int_{c}^{d} f(y)\, dy}$$

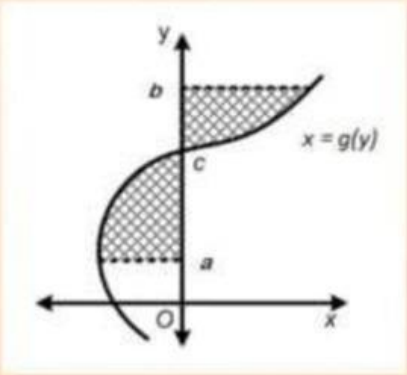
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

f. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya memotong sumbu y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan T daerah yang berada diantara kurva g(x) dan sumbu-y untuk $a \leq y \leq b$ dengan $g(y) \geq 0$ untuk $c \leq y \leq b$ dan $g(y) \leq 0$ untuk $a \leq y \leq c$,

maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = LT_1 + LT_2$$

$$L(T) = \int_c^b (x_{kanan} - y_{kiri})\, dy + \int_a^c (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(T) = \int_c^b (g(y) - 0)\, dy + \int_a^c (0 - g(y))\, dy$$

$$L(T) = \int_c^b g(y)\, dy + \int_a^c (-g(y))\, dy$$

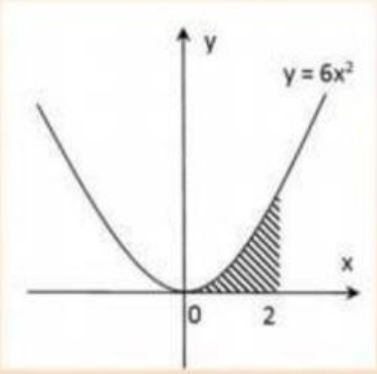
$$\boldsymbol{L(T) = \int_c^b g(y)\, dy - \int_a^c g(y)\, dy}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

1. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



Penyelesaian:

Misalkan daerah yang diarsir adalah daerah R, maka luas daerah R adalah sebagai berikut:

$$L(R) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$L(R) = \int_0^2 6x^2\,dx$$

$$L(R) = \frac{6}{3}x^3\Big]_0^2$$

$$L(R) = \left(\frac{6}{3}2^3\right) - \left(\frac{6}{3}0^3\right)$$

$$L(R) = (2.2^3) - (2.0^3)$$

$$L(R) = (16) - (0)$$

$$L(R) = 16$$

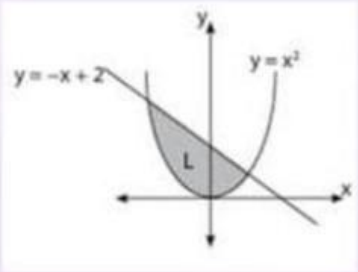
Jadi, luas daerah yang diarsir dari gambar tersebut adalah 16 satuan luas.

LIVEWORKSHEETS

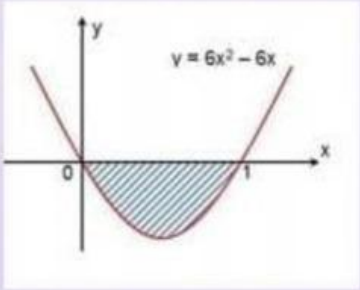
SOAL LATIHAN

NIROKE

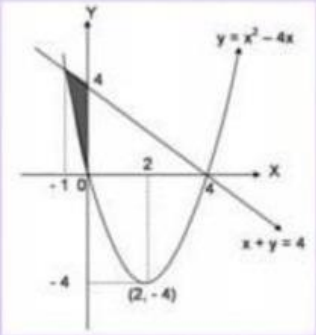
1. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



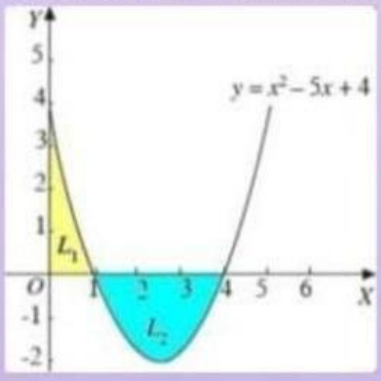
2. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



3. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



4. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!

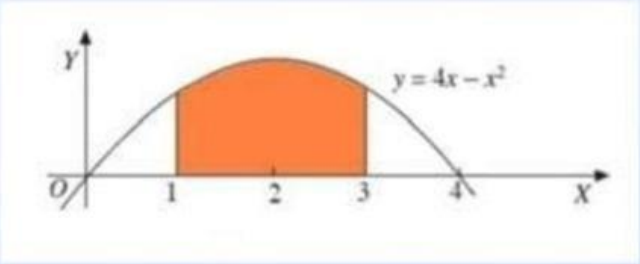


LIVEWORKSHEETS

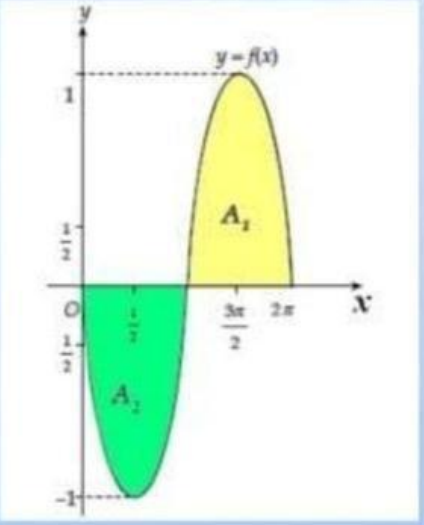
SOAL TUGAS

NAMBAHI

1. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4x - x^2$, x = 1, x = 3 dan sumbu x, seperti tampak pada gambar berikut!



2. Tentukan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $f(x) = -\sin x, 0 \leq x \leq 2\pi, dan\ sumbu\ x$ yang tampak seperti gambar berikut!



LIVEWORKSHEETS

RINGKASAN

1. Menentukan Luas Daerah di Atas Sumbu-x

   - Misalkan R daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x) dan sumbu-x, maka luas daerah R adalah sebagai berikut:

$$L(R) = \int_a^b f(x)\,dx$$

   - Misalkan A daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), y = g(x), garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b], maka luas daerah A adalah sebagai berikut:

$$L(A) = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

2. Menentukan Luas Daerah di Bawah Sumbu-x

   Misalkan S daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \leq 0$ pada [a, b], maka luas daerah S adalah sebagai berikut:

$$L(S) = -\int_a^b f(x)\,dx$$

3. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya Memotong Sumbu x

   Misalkan T daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_3 = c$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b] dan $f(x) \leq 0$ pada [b, c], maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = \int_a^b f(x)\,dx - \int_b^c f(x)\,dx$$

LIVEWORKSHEETS

RINGKASAN

4. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kanan Sumbu-y

Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \geq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L adalah sebagai berikut:

$$L(L) = \int_c^d f(y)\, dy$$

5. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kiri Sumbu-y

Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \leq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L adalah sebagai berikut:

$$L(L) = -\int_c^d f(y)\, dy$$

6. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya memotong sumbu y

Misalkan T daerah yang berada diantara kurva g(x) dan sumbu-y untuk $a \leq y \leq b$ dengan $g(y) \geq 0$ untuk $c \leq y \leq b$ dan $g(y) \leq 0$ untuk $a \leq y \leq c$,

maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = \int_c^b g(y)\, dy - \int_a^c g(y)\, dy$$

LIVEWORKSHEETS