MODUL
PEMBELAJARAN

Menentukan Luas Daerah

SMK
XI

Semester 2

Litasari Ratna Dewi (210108110077)

LIVEWORKSHEETS

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, yang telah mencurahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan modul ini dengan tepat waktu. Suatu kebahagian yang tidak ternilai bagi penulis, yang telah menyelesaikan modul ini. Modul ini disusun untuk membantu siswa dalam memahami materi Menentukan Luas Daerah.

Penulis menyadari atas keterbatasan pengalaman, pengetahuan, dan kemampuan dalam penyusunan modul ini. Penulisan modul ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan adanya kritik dan saran yang bersifat membangun dari para pembaca demi kesempurnaan penulisan modul ini. Harapan penulis semoga modul ini dapat bermanfat bagi penulis dan bagi para pembaca khususnya.

Malang, 20 Juni 2024

Penulis

LIVEWORKSHEETS

PETUNJUK MODUL

1. Baca dan pahami materi yang ada dengan baik.
2. Jika dengan membaca dan memahami materi masih belum jelas, dapat dikuatkan dengan memahami contoh soal *(NITENI)*.
3. Kerjakan latihan soal (*NIROKE*) dan tugas (*NAMBAHI*) yang diberikan.

LIVEWORKSHEETS

PENDAHULUAN

peletak dasar pendidikan dan kebudayaan. Dengan semangat juang dan jiwa kebangsaannya serta komitmen untuk mendidik rakyat menuju kemerdekaan bangsa Indonesia, beliau menciptakan beberapa ajaran (pedoman operasional praktis) seperti Tri Pantangan, Tri Sentra Pendidikan, Tri Hayu, Tri Saksi Jiwa, Tri Nga, Tri Kon, Tri Ko, Tri Juang, Tri Logi Kepemimpinan, dan Tri N. Semua ajarannya sangat baik dan sudah seharusnya diterapkan dan dijadikan pedoman dalam pembelajaran di Indonesia.

Modul ini menerapkan salah satu dari ajaran Ki Hadjar Dewantara, yaitu Tri N. Tri N merupakan singkatan dari 3 kata: Niteni, Nirokke, Nambahi. Maksud dari Tri N adalah bahwa untuk mempelajari sesuatu bisa ditempuh dengan cara "menggali dan mengingat" sesuatu yang dipelajari (Niteni), menirukan sesuatu yang dipelajari (Nirokake/Nirokke), serta mengembangkan sesuatu yang dipelajari (Nambahi).

Niteni adalah proses kognitif atau pikiran manusia, berasal dari kata "titen", yang menunjuk pada kemampuan secara cermat mengenali, dan menangkap makna (sifat, ciri, prosedur, kebenaran) dari suatu objek yang diamati, dengan cara memperhatikan, membandingkan, mengamati secara saksama, jeli dan mendalam serta melibatkan seluruh indra.

Niroake, berarti menirukan apa yang telah dipahami, atau tindak lanjut dari proses *niteni* dengan melibatkan seluruh pribadinya. *Niroake* adalah aktivitas menirukan dari apa yang dilihat, didengar, dirasakan dalam bentuk contoh atau teladan yang baik.

Nambahake merupakan sebuah titik akhir, bukan sekadar aktivitas meniru tetapi sudah ada unsur penambahan, suatu aktivitas melengkapi, menyempurnakan sesuai keinginan individu melalui mengolah, mengubah, memodifikasi, menginovasi, memperbaiki, menambah, mengurangi, dan proses berpikir kreatif dalam rangka memunculkan unsur pembeda, asas keberuan

LIVEWORKSHEETS

KD, IPK, & TUJUAN PEMBELAJARAN

Kompetensi Dasar		Indikator Pencapaian Kompetensi	
3.34	Menentukan luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu	3.34.1	Menentukan luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu
4.34	Menyelesaikan masalah luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu	4.34.1	Menyelesaikan masalah luas daerah dan volume benda putar dengan menggunakan integral tentu

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran daring (online) ini, diharapkan peserta didik dapat:

3.34.1 Menentukan luas daerah menggunakan integral tentu secara tepat.

4.34.1 Menyelesaikan masalah luas daerah dengan menggunakan integral tentu secara tepat.

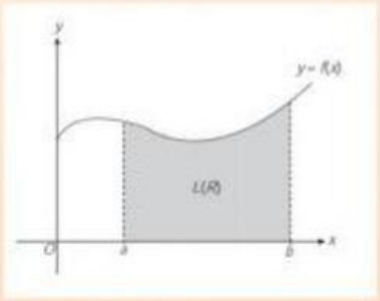
LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

NITENI

a. Menentukan Luas Daerah di Atas Sumbu-x

Perhatikan gambar berikut



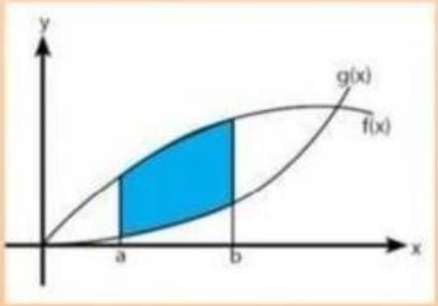
Misalkan R daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b], maka luas daerah R adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(R) = \int_{a}^{b} (f(x) - 0)\, dx$$

$$\boldsymbol{L(R) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx}$$

Perhatikan gambar berikut



Misalkan A daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), y = g(x), garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b], maka luas daerah A adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

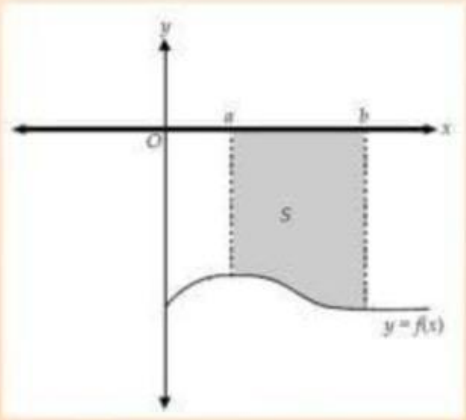
$$\boldsymbol{L(A) = \int_{a}^{b} (f(x) - g(x))\, dx}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

b. Menentukan Luas Daerah di Bawah Sumbu-x

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan S daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_2 = b$, dengan $f(x) \leq 0$ pada [a, b], maka luas daerah S adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(S) = \int_a^b \big(0 - f(x)\big)\, dx$$

$$L(S) = \int_a^b -f(x)\, dx$$

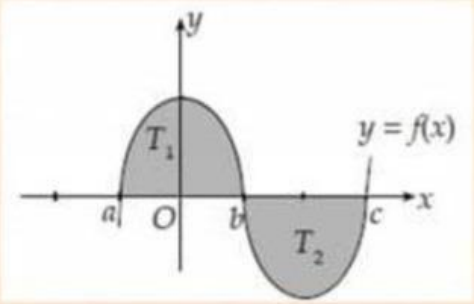
$$\boldsymbol{L(S) = -\int_a^b f(x)\, dx}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

c. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya Memotong Sumbu x

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan T daerah yang dibatasi oleh kurva y = f(x), sumbu-x, garis $x_1 = a$, dan garis $x_3 = c$, dengan $f(x) \geq 0$ pada [a, b] dan $f(x) \leq 0$ pada [b, c], maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = LT_1 + LT_2$$

$$L(T) = \int_{x_1}^{x_2} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx + \int_{x_2}^{x_3} (y_{atas} - y_{bawah})\, dx$$

$$L(T) = \int_{a}^{b} (f(x) - 0)\, dx + \int_{b}^{c} (0 - f(x))\, dx$$

$$L(T) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx + \int_{b}^{c} (-f(x))\, dx$$

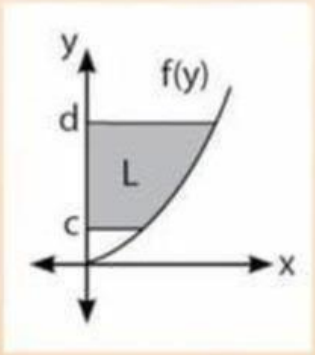
$$\boldsymbol{L(T) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx - \int_{b}^{c} f(x)\, dx}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

d. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kanan Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \geq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L

adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{y_1}^{y_2} (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} (f(y) - 0)\, dy$$

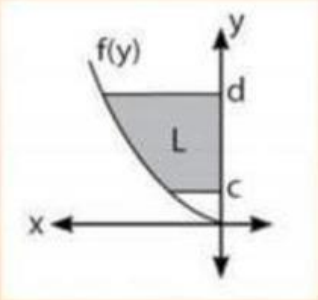
$$\boldsymbol{L(L) = \int_{c}^{d} f(y)\, dy}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

e. Menentukan Luas Daerah di Sebelah Kiri Sumbu-y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan L daerah yang dibatasi oleh kurva x = f(y), sumbu-y, garis $y_1 = c$, dan garis $y_2 = d$, dengan $f(y) \leq 0$ pada [c, d], maka luas daerah L adalah sebagai berikut:

$$L = \int_{y_1}^{y_2} (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} \big(0 - f(y)\big)\, dy$$

$$L(L) = \int_{c}^{d} -f(y)\, dy$$

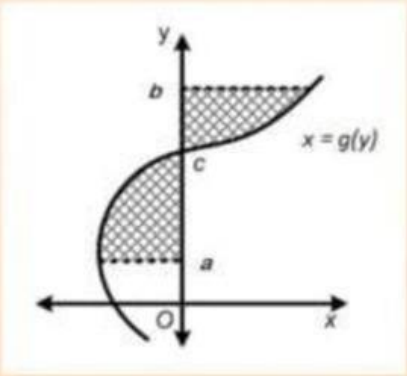
$$\boldsymbol{L(L) = -\int_{c}^{d} f(y)\, dy}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

f. Menentukan Luas Daerah yang Kurvanya memotong sumbu y

Perhatikan gambar berikut!



Misalkan T daerah yang berada diantara kurva g(x) dan sumbu-y untuk $a \leq y \leq b$ dengan $g(y) \geq 0$ untuk $c \leq y \leq b$ dan $g(y) \leq 0$ untuk $a \leq y \leq c$,

maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = LT_1 + LT_2$$

$$L(T) = \int_c^b (x_{kanan} - y_{kiri})\, dy + \int_a^c (x_{kanan} - x_{kiri})\, dy$$

$$L(T) = \int_c^b (g(y) - 0)\, dy + \int_a^c (0 - g(y))\, dy$$

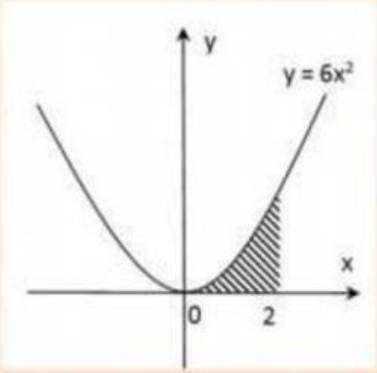
$$L(T) = \int_c^b g(y)\, dy + \int_a^c (-g(y))\, dy$$

$$\boldsymbol{L(T) = \int_c^b g(y)\, dy - \int_a^c g(y)\, dy}$$

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

1. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



Penyelesaian:

Misalkan daerah yang diarsir adalah daerah R, maka luas daerah R adalah sebagai berikut:

$$L(R) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$L(R) = \int_0^2 6x^2\,dx$$

$$L(R) = \frac{6}{3}x^3\Big]_0^2$$

$$L(R) = \left(\frac{6}{3}2^3\right) - \left(\frac{6}{3}0^3\right)$$

$$L(R) = (2.2^3) - (2.0^3)$$

$$L(R) = (16) - (0)$$

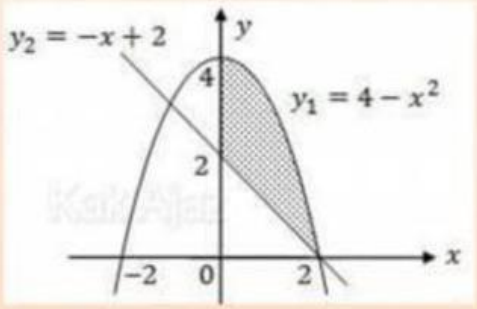
$$L(R) = 16$$

Jadi, luas daerah yang diarsir dari gambar tersebut adalah 16 satuan luas.

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

2. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



Penyelesaian:

Misalkan daerah yang diarsir adalah daerah A, maka luas daerah A adalah sebagai berikut:

$$L(A) = \int_a^b (y_1 - y_2)\,dx$$

$$L(A) = \int_0^2 \left((4 - x^2) - (-x + 2)\right) dx$$

$$L(A) = \int_0^2 \left((-x^2 + x + 2)\right) dx$$

$$L(A) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x\Big]_0^2$$

$$L(A) = \left(-\frac{1}{3}2^3 + \frac{1}{2}2^2 + 2.2\right) - \left(-\frac{1}{3}0^3 + \frac{1}{2}0^2 + 2.0\right)$$

$$L(A) = \left(-\frac{8}{3} + 2 + 4\right) - (0 + 0 + 0)$$

$$L(A) = \left(-\frac{8}{3} + 6\right)$$

$$L(A) = \frac{-8 + 18}{3}$$

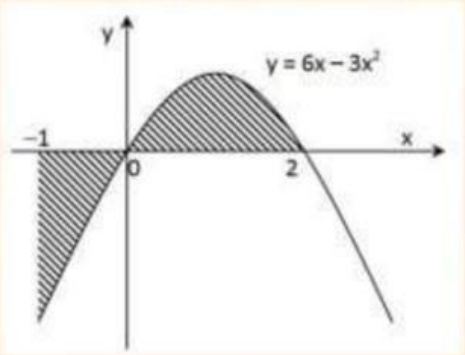
$$L(A) = \frac{10}{3}$$

Jadi, luas daerah yang diarsir dari gambar tersebut adalah $\frac{10}{3}$ satuan luas.

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

3. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



Penyelesaian:

Misalkan daerah yang diarsir adalah daerah T, maka luas daerah T adalah sebagai berikut:

$$L(T) = \int_0^2 y\,dx - \int_{-1}^0 y\,dx$$

$$L(T) = \int_0^2 (6x - 3x^2)\,dx - \int_{-1}^0 (6x - 3x^2)\,dx$$

$$L(T) = \frac{6}{2}x^2 - \frac{3}{3}x^3\Big]_0^2 - \left(\frac{6}{2}x^2 - \frac{3}{3}x^3\right)\Big]_{-1}^0$$

$$L(T) = 3x^2 - x^3]_0^2 - (3x^2 - x^3)]_{-1}^0$$

$$L(T) = [(3.2^2 - 2^3) - (3.0^2 - 0^3)] - [(3.0^2 - 0^3) - (3(-1)^2 - (-1^3)]$$

$$L(T) = [(12 - 8 - 0) - (0 - 0 - 3 + 1)]$$

$$L(T) = [(4) - (-2)]$$

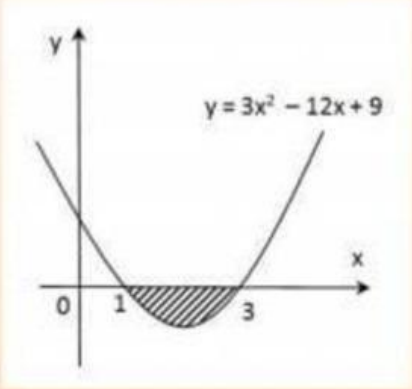
$$L(T) = 6$$

Jadi, luas daerah yang diarsir dari gambar tersebut adalah 6 satuan luas.

LIVEWORKSHEETS

MENENTUKAN LUAS DAERAH

4. Tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar dibawah ini!



Penyelesaian:

Misalkan daerah yang diarsir adalah daerah A, maka luas daerah A adalah sebagai berikut:

$$L(A) = -\int_a^b f(x)\,dx$$

$$L(A) = -\int_1^3 (3x^2 - 12x + 9)\,dx$$

$$L(A) = -\left(\frac{3}{3}x^3 - \frac{12}{2}x^2 + 9x\right)\Big]_1^3$$

$$L(A) = -(x^3 - 6x^2 + 9x)]_1^3$$

$$L(A) = (-1)[(3^3 - 6.3^2 + 9.3) - (1^3 - 6.1^2 + 9.1)]$$

$$L(A) = (-1)[(27 - 54 + 27) - (1 - 6 + 9)]$$

$$L(A) = (-1)[(-54) - 4]$$

$$L(A) = (-1)[-58]$$

$$L(A) = 58$$

Jadi, luas daerah yang diarsir dari gambar tersebut adalah 58 satuan luas.

LIVEWORKSHEETS