

Números racionales

Los números racionales nacen después de que aparece la operación de la división.

Existen dos maneras de representar los números racionales, como **fracción** o como **expresiones decimales**.

Iniciaremos con las **fracciones**.



Partes de las fracciones

$$\frac{3}{4} \dots$$

Separador fraccionario , denominador , numerador

Existe otra forma de representar una fracción cuando esta es una fracción impropia, se le denomina fracción mixta y consta de una parte entera y un fragmento fraccionario.

$$\frac{22}{3} = \dots 7 \frac{1}{3} \dots$$

Parte entera , Separador fraccionario , denominador , numerador

LECTURA DE FRACCIONES

En una fracción el “numerador” como su nombre lo indica numera o cuenta, por lo mismo su lectura es la lectura normal de los números.

El “denominador” es el que da nombre a las partes de una fracción. Esto es muy importante ya que nos indica que no todas las partes son iguales y no se deben juntar fracciones así no más.

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \text{ en cambio } \frac{4}{3} + \frac{5}{2} = ?$$

Por lo mismo la lectura del denominador, no es una lectura normal. Para realizar la lectura crearemos 4 grupos de lectura:

$$Grupo 1 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \rightarrow \frac{Tres}{medios} \\ \frac{2}{2} \rightarrow \frac{Dos}{} \\ \frac{3}{3} \rightarrow \frac{tercios}{} \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

Esta lectura es especial ya que son las fracciones masutilizadas en

lo cotidiano y para las personas pensar en medios y tercios es mas facil.

$$Grupo 2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} \rightarrow \frac{Cuartos}{} \\ \frac{4}{5} \rightarrow \frac{Quintos}{} \\ \frac{5}{6} \rightarrow \frac{Sextos}{} \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{6}{7} \rightarrow \frac{Septimos}{} \\ \frac{7}{8} \rightarrow \frac{Octavos}{} \\ \frac{8}{9} \rightarrow \frac{Novenos}{} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

de manera similar este grupo es muy comun, tanto que se

parece al uso de clasificacion de cursos en los colegios. Por ejemplo si en un colegio forman en el patio a 601, 602, 603, 604 y 605 se dice "los sextos" pero si formas a 201, 202, 203 y 204 no dices "los medios" dices "los segundos"

$$Grupo 3 \\ Fracciones decimales = \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{1} \rightarrow \frac{Siete}{Unidades} \\ \frac{7}{10} \rightarrow \frac{Siete}{Decimas} \\ \frac{7}{100} \rightarrow \frac{Siete}{Centecimas} \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{7}{1000} \rightarrow \frac{Siete}{Milecimas} \\ \vdots \\ \frac{7}{10^n} \rightarrow \frac{7}{n-ecimas} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

estas forman de hecho una

subclasificacion de las fracciones y tiene una gran ventaja para realizar el paso de expresion fraccionaria a expresion decimal. Recuerda que son las que su denominador son potencias de 10 como 100, 1000, 10000 etc.

Una particularidad especial es el denominador 1 que muchos lo leen como entero pero un poco equivocado. Cada denominador tiene una lectura propia y en este caso es unidades.

$$Grupo 4 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{11} \rightarrow \frac{Siete}{onceavos} \\ \frac{7}{1010} \rightarrow \frac{Siete}{Diesmil diezavos} \\ \frac{7}{200} \rightarrow \frac{Siete}{Docientosavos} \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{7}{101} \rightarrow \frac{Siete}{ciento un avos} \\ \vdots \\ \frac{7}{\# \text{ diferente a los grupos anteriores}} \rightarrow \frac{Siete}{\# \text{ avos}} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

los demás

fraccionarios se leeran con la terminacion avos.

Nota: las fracciones se leen en plural excepto cuando el numerador es uno.

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{Un}{Tercio} \quad \frac{1}{1000} \rightarrow \frac{Una}{Milecima} \quad \frac{1}{13} \rightarrow \frac{Un}{Treceavo}$$

Escribe como se leen las siguientes fracciones:

$$\frac{15}{4} =$$

$$\frac{123}{100} =$$

$$\frac{11}{14} =$$

$$\frac{100}{11} =$$

$$\frac{6}{7} =$$

Fracciones homogéneas

Cuando dos o más fracciones tienen los denominadores iguales se les denominan homogéneas y tienen las ventajas de que se pueden sumar, restar y comparar usando solo sus numeradores:

$$\text{Ej.: } \frac{25}{7} + \frac{12}{7} = \frac{25+12}{7} = \frac{37}{7}, \quad \frac{27}{12} - \frac{15}{12} = \frac{27-15}{12} = \frac{12}{12}, \quad \frac{28}{13} > \frac{27}{13}, \quad \frac{110}{5} < \frac{125}{5}$$

Resuelve las siguientes sumas homogéneas:

$$\bullet \quad \frac{4}{3} + \frac{7}{3} = -$$

$$\bullet \quad \frac{31}{7} + \frac{34}{7} = -$$

$$\bullet \quad \frac{74}{23} + \frac{53}{23} = -$$

$$\bullet \quad \frac{11}{6} + \frac{15}{6} + \frac{21}{6} = -$$

$$\bullet \quad \frac{21}{8} + \frac{32}{8} + \frac{43}{8} = -$$

$$\bullet \quad \frac{13}{100} + \frac{57}{100} + \frac{15}{100} = -$$

Resuelve las siguientes restas homogéneas:

$$\bullet \quad \frac{24}{3} - \frac{7}{3} = -$$

$$\bullet \quad \frac{39}{7} - \frac{34}{7} = -$$

$$\bullet \quad \frac{74}{23} - \frac{53}{23} = -$$

$$\bullet \quad \frac{11}{6} - \frac{15}{6} = -$$

$$\bullet \quad \frac{21}{8} - \frac{32}{8} = -$$

$$\bullet \quad \frac{57}{100} - \frac{15}{100} = -$$

Identifica la relación de orden en cada caso:

$$\bullet \quad \frac{4}{3} \quad \frac{7}{3}$$

$$\bullet \quad \frac{31}{7} \quad \frac{34}{7}$$

$$\bullet \quad \frac{74}{23} \quad \frac{53}{23}$$

$$\bullet \quad \frac{11}{6} \quad \frac{15}{6}$$

$$\bullet \quad \frac{21}{8} \quad \frac{43}{8}$$

$$\bullet \quad \frac{13}{100} \quad \frac{15}{100}$$

Multiplicación y división de fracciones

La multiplicación de fracciones es la operación MAS FACIL de las fracciones. Si recuerdas esta particularidad te ayudara a recordar las demás operaciones con facilidad.

Solo debes multiplicar numeradores entre sí y denominadores entre sí.

$$\text{Ej.: } \frac{5}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{5 \times 7}{4 \times 3} = \frac{35}{12}$$

Gracias a esta facilidad las demás operaciones se benefician de esto.

$$\text{Ej.: } \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}, \quad \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$$

Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$\bullet \quad \frac{4}{7} \times \frac{5}{2} = -$$

$$\bullet \quad \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = -$$

$$\bullet \quad \frac{4}{3} \times \frac{4}{6} = -$$

$$\bullet \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = -$$

$$\bullet \quad \left(\frac{3}{5}\right)^2 = -$$

$$\bullet \quad \sqrt{\frac{16}{49}} = -$$

La división suele confundirse ya que en esta también se multiplica, pero en este caso es en cruz. Esto complica un poco ya que la división, así como la resta, no son conmutativas y esto hace que debamos ser muy ordenados al momento de operar. Existen 3 métodos comunes para dividir fracciones **En cruz**, **inverso aditivo** y **la orejita**:

$$\text{Ej.: } \frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21} \quad \frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21} \quad \frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{4}} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$$

Realiza la división indicada:

- $\frac{4}{7} \div \frac{5}{2} = -$
- $\frac{10}{8} \div \frac{5}{11} = -$
- $\frac{7}{2} = -$
- $\frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = -$
- $\frac{1}{6} = -$
- $\frac{15}{6} \div \frac{9}{8} = -$
- $\frac{4}{3} \div \frac{4}{6} = -$

Fracciones equivalentes

Si divides una pizza en 8 porciones y te comes 4 y otra persona divide una pizza igual en 12 porciones y se come 6. ¿Quién comió más?

Se llaman fracciones equivalentes a las infinitas fracciones que representan a la misma cantidad. Existen varias formas de verificar si dos fracciones son o no equivalentes, pero nuestro interés será el de encontrar o crear las fracciones equivalentes que nos interesan.

Une cada fracción con su correspondiente fracción equivalente:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| • $\frac{4}{9}$ | • $\frac{8}{18}$ |
| • $\frac{6}{4}$ | • $\frac{15}{6}$ |
| • $\frac{5}{2}$ | • $\frac{21}{14}$ |
| • $\frac{20}{30}$ | • $\frac{8}{12}$ |

Amplificar

Uno de los métodos para encontrar fracciones equivalentes consiste en multiplicar tanto el numerador como el denominador por una misma cantidad:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \dots$$

Completa la amplificación para obtener fracciones equivalentes:

- | | | |
|---|---|---|
| • $\frac{5}{7} = \frac{15}{\underline{\hspace{2cm}}}$ | • $\frac{4}{3} = \frac{40}{\underline{\hspace{2cm}}}$ | • $\frac{15}{8} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{16}$ |
| • $\frac{7}{8} = \frac{28}{\underline{\hspace{2cm}}}$ | • $\frac{12}{11} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{66}$ | • $\frac{21}{22} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{66}$ |

Simplificar

El segundo método y el más empleado es la simplificación. En muchos ejercicios y de hecho de aquí en adelante es importante dar todas las fracciones en su expresión más simple.

$$\text{Ej.: } \frac{24}{30} = \frac{12 \times 2}{15 \times 2} = \frac{12}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$$

Como 24 y 30 son múltiplos de 2, procedemos a sacar mitad y como 12 y 15 son múltiplos de 3 sacamos tercera y 4 y 5 ya no tienen factores en común así que finalizamos la simplificación.

Es importante saber que múltiplos tiene en común por eso te voy a recordar los criterios de divisibilidad más importantes para que puedas identificar más fácil por cual simplificar.

Divisibilidad por 2: todo número que finalice en cifra par (0, 2, 4, 6 y 8) tiene mitad.

Divisibilidad por 3: Si sumas las cifras del número y esta suma es múltiplo de 3 tiene tercera. Si la suma es muy grande puedes repetir sumando las cifras de la suma.

Divisibilidad por 5: Si termina en 0 o en 5 tiene quinta.

Existen más trucos o criterios de divisibilidad que puedes buscar en internet. Estos son los más utilizados.

Simplifica en orden las siguientes fracciones:

- $\frac{30}{150} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = -$
- $\frac{48}{36} = \frac{12}{18} = \frac{4}{6} = -$
- $\frac{56}{80} = \frac{7}{10} = \frac{7}{20} = -$
- $\frac{150}{200} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = -$

Suma y resta de heterogéneos

Dos o más fracciones son heterogéneas cuando sus denominadores son diferentes. En estos casos se deben buscar fracciones equivalentes para poder volverlas homogéneas.

Convierte al denominador mayor:

- $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$
- $\frac{5}{8} + \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{12}{8} + \frac{2}{8} = \frac{19}{8}$
- $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- $\frac{17}{12} - \frac{3}{4} = \frac{17}{12} - \frac{9}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Encuentra primero el mínimo común denominador y luego resuelve las operaciones.

- $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} \rightarrow m.c.d(4, 3) = 12 \rightarrow \frac{9}{12} + \frac{16}{12} = \frac{25}{12}$
- $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} \rightarrow m.c.d(8, 12) = 24 \rightarrow \frac{9}{24} + \frac{10}{24} = \frac{19}{24}$
- $\frac{13}{15} + \frac{7}{10} \rightarrow m.c.d(15, 10) = 30 \rightarrow \frac{26}{30} + \frac{21}{30} = \frac{47}{30}$
- $\frac{7}{4} - \frac{5}{6} \rightarrow m.c.d(4, 6) = 12 \rightarrow \frac{21}{12} - \frac{10}{12} = \frac{11}{12}$

Fracción como operador

En la vida cotidiana se emplea mucho la fracción como operador y es un procedimiento fácil ya que se relacionan con la multiplicación de las fracciones y como ya lo mencionamos es la operación más simple de las fracciones.

Ej.: En un salón de 40 estudiantes los $\frac{5}{8}$ son niñas. ¿Cuántos estudiantes son niñas y cuantos niños?

$$\frac{5}{8}(40) = \frac{5}{8} \times \frac{40}{1} = \frac{200}{8} = \frac{100}{4} = \frac{50}{2} = \frac{25}{1} = 25 \text{ entonces son 25 niñas y 15 niños.}$$

Resuelve los problemas siguientes:

- En una frutería llegan 55 piezas de frutas. Si los $\frac{3}{5}$ son manzanas ¿Cuántas manzanas llegaron?
- Diego leyó la semana pasada $\frac{8}{12}$ de un libro. El libro tiene 120 páginas ¿Cuántas páginas le quedan por leer?
- En la clase de cuarto hay 24 alumnos y $\frac{3}{8}$ tiene perro. ¿Cuántos alumnos tiene perro?
- Hay que empacar 2800 libros en cajas. Si hoy se empacaron $\frac{3}{4}$ ¿Cuántos libros se empacaron hoy? ¿Cuántos faltan por empacar?

Cuadros mágicos

un cuadro mágico es una caja en la que ubicas números sin repetir número de tal forma que los números en línea recta vertical, horizontal y diagonal suman lo mismo.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

= 15

Resuelve los cuadros mágicos. Usa las fracciones simplificadas

$10/7$		$18/7$
		$11/7$

$15/4$		$7/4$
$2/1$		

	$7/3$	
	$1/1$	$13/6$