



NAMA:
KELAS:
HARI/TANGGAL:

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

PETUNJUK Pengerjaan

1. BERDOALAH SEBELUM BELAJAR
2. TULIS IDENTITASMU PADA KOLOM YANG TERSEDIA
3. BACA DAN PAHAMI SETIAP MATERI YANG DIBERIKAN
4. PAHAMI SETIAP SOAL YANG DIBERIKAN
5. LIVEWORKSHEET HANYA DIISI 1 KALI, CEK KEMBALI SETIAP HALAMAN YANG SUDAH DIISI SEBELUM MENGUMPULKAN KE GURU

Kompetensi dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar

3.2 Menyusun masalah sistem persamaan linear tiga variabel dari permasalahan yang disediakan

Indikator

- Mengetahui suatu masalah yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel
- Memahami setiap materi yang diberikan dalam sistem persamaan linear tiga variabel
- Menyelesaikan masalah yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel

Kompetensi Dasar

4.2 Menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan sistem persamaan linear tiga variabel

Indikator

- Mengidentifikasi permasalahan yang terdapat dalam sistem persamaan linear tiga variabel
- Merumuskan tiap-tiap butir soal yang diberikan dalam sistem persamaan linear tiga variabel
 - Menyelesaikan butir soal dalam sistem persamaan linear tiga variabel

Tujuan pembelajaran:

Melalui E-Worksheet, siswa mampu menyusun masalah SPLTV dan menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan SPLTV

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sejarah

Gabriel Cramer (1704 – 1752) Gabriel Cramer, seorang matematikawan Swiss lahir di Jenewa pada 31 Juli 1704 dari pasangan Jean Isaac Cramer, seorang fisikawan Swiss dan Anne Mallet. Kedua saudaranya, yaitu Jean Antonie merupakan seorang doctor dan Jean seorang professor di bidang hukum. Gabriel Cramer inilah salah satu tokoh yang berperan dalam pengembangan sistem persamaan linear. Karya terbesarnya adalah metode Cramer (Cramer's Rule) yang merupakan salah satu metode penyelesaian dari permasalahan persamaan linear. Pada tahun 1750, bersamaan dengan dianugerah dirinya sebagai professor filsafat di Academic de la Rive, Cramer mempublikasikan karyanya yang berjudul "Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques" yang memuat metode Cramer sebagai penyelesaian permasalahan linear.

Tahap
Big question

Pada tahap big question akan disajikan pertanyaan besar mengenai SPLTV

Sebelum masuk SPLTV, pasti kalian sudah mempelajari materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV). Apa SPLDV itu?

Pengertian

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan sebuah persamaan linear yang mengandung 3 variabel. Yaitu variabel x , y , dan z . SPLTV mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3$$

Contoh:

Perhatikan masalah berikut!

Dalam sebuah konstruksi bangunan, ada 3 pekerja yang masing-masing membutuhkan bahan bangunan untuk membangun rumah. Radit menghabiskan 3 karung semen, 1 pick up pasir dan 1 pick up batu bata sebesar 40. Sementara Rudi menghabiskan 4 karung semen, 2 pick up pasir dan 1 pick up batu bata sebesar 50. Sementara Bayu menghabiskan 2 karung semen, 2 pick up pasir dan 3 pick up batu bata sebesar 65. Jika rumah tersebut selesai dibangun maka berapakah harga masing-masing harga 1 karung semen, pasir, dan batu bata?

Penyelesaian:

Permasalahan diatas dapat diselesaikan dengan cara merubahnya ke dalam Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

Tahap Investigasi

Pada tahap investigasi, siswa akan menjawab beberapa pertanyaan dan mencari hasilnya

Misalkan banyaknya karung semen = x ; banyaknya pick up pasir = y ; dan banyaknya pick up batu bata = z
Maka untuk menjadi sebuah persamaan dibuat bentuk persamaan berikut:

Radit: 3 karung semen, 1 pick up pasir, 1 pick up batu bata

$$3x + y + z = 40$$

Rudi: 4 karung semen, 2 pick up pasir, 1 pick up batu bata

$$4x + 2y + z = 50$$

Bayu: 2 karung semen, 2 pick up pasir, 3 pick up batu bata

$$2x + 2y + 3z = 65$$

Untuk mencari jawaban, terlebih dahulu kita ubah persoalan tersebut ke dalam sistem persamaan

$$\begin{cases} 3x + y + z = 40 \\ 4x + 2y + z = 50 \\ 2x + 2y + 3z = 65 \end{cases}$$

selanjutnya akan dicari dengan metode eliminasi

$$\begin{array}{rcl} 3x + y + z = 40 & 3x + y + z = 40 & \\ 4x + 2y + z = 50 & 4x + 2y + z = 50 & - \\ \hline 2x + 2y + 3z = 65 & -x - y = -10 & \end{array}$$

$$x + y = 10 \dots (1)$$

$$\begin{array}{rcl} 3x + y + z = 40 & |3| & 9x + 3y + 3z = 120 \\ 2x + 2y + 3z = 65 & |1| & 2x + 2y + 3z = 65 \\ \hline & & 7x + y = 55 \dots (2) \end{array}$$

Untuk langkah selanjutnya dalam mencari nilai x dan y, akan dilakukan metode substitusi. Dari persamaan (1) dan (2) kita bisa cari masing-masing nilai x dan y. karena nilai atau angka persamaan 2 lebih besar, maka kita kurangkan persamaan (2) dengan (1)

$$\begin{array}{rcl} 7x + y = 55 & - & \\ x + y = 10 & - & \\ \hline 6x = 45 & & \\ x = \frac{45}{6} & & \\ x = 7,5 & & \end{array}$$

Sudah didapat nilai x maka kita akan cari nilai y ke salah satu persamaan (1) dan (2)

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ 7,5 + y &= 10 \\ y &= 10 - 7,5 \\ y &= 2,5 \end{aligned}$$

Selanjutnya masukkan nilai x dan y ke salah satu dari 3 persamaan diatas:

$$\begin{aligned} 3x + y + z &= 40 \\ 3(7,5) + 2,5 + z &= 40 \\ 22,5 + 2,5 + z &= 40 \\ 25 + z &= 40 \\ z &= 40 - 25 \\ z &= 15 \end{aligned}$$

Jadi, Himpunan Penyelesaian diatas adalah $\{7,5 ; 2,5 ; 15\}$

Untuk lebih jelas tentang SPLTV, perhatikan metode berikut agar lebih paham

Metode Eliminasi

Metode eliminasi merupakan

Contoh:

Tentukan nilai x , y , dan z berturut-turut dari persamaan berikut:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 3x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Karena konstanta y bernilai 1, maka operasikan persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 3x - 2y + z = 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ -x + 6z = 11 \end{array}$$

dihilangkan adalah y . Jadi, didapat persamaan pertama dari hasil eliminasi, yaitu $-x + 6z = 11$.

Lalu eliminasikan variabel y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 3x - 2y + z = 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x + 2y + 2z = 6 \\ 3x - 2y + z = 5 \\ 5x + 3z = 11 \end{array}$$

Metode Substitusi

Metode substitusi merupakan

Contoh:

Kita ambil 3 persamaan SPLTV dari metode eliminasi:

$$x + y + z = 3$$

$$2x + y - 5z = -8$$

$$3x - 2y + z = 5$$

Penyelesaian:

Sama seperti metode eliminasi, kita kurangkan variabel y maka operasikan persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 3x - 2y + z = 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + y + z = 3 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ -x + 6z = 11 \end{array}$$

Lalu eliminasi variabel y dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} x + y + z = 3 & 2 \\ 3x - 2y + z = 5 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x + 2y + 2z = 6 \\ 3x - 2y + z = 5 \end{array}$$

$$5x + 3z = 11$$

Sekarang kedua persamaan tersebut akan dicari nilai x nya

$$\begin{array}{r} -x + 6z = 11 \\ 5x + 3z = 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} -x + 6z = 11 \\ 10x + 6z = 22 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \square \\ \square \end{array} \quad \begin{array}{r} -11x = -11 \\ \square \end{array}$$
$$x = \square$$

Substitusikan nilai x ke salah satu persamaan diatas:

$$-x + 6z = 11$$

$$-(1) + 6z = 11$$

$$-1 + 6z = 11$$

$$6z = 11 + 1$$

$$6z = 12$$

$$z = 12/6$$

$$z = 2$$

$$x + y + z = 3$$

$$1 + y + 2 = 3$$

$$y + 3 = 3$$

$$y = 3 - 3 = 0$$

Maka himpunan penyelesaian (HP) adalah $\{1, 0, 2\}$

Metode Campuran

Metode gabungan/campuran merupakan cara penyelesaian dengan menggabungkan dua metode sekaligus, yakni metode eliminasi dan metode substitusi. Metode ini bisa dikerjakan dengan substitusi terlebih dahulu atau dengan eliminasi terlebih dahulu.

Contoh:

Dalam sebuah kota yang terdapat di Tanjungpinang, terdapat 3 orang yaitu Sukirman, Supriman dan Sukijah. Sukirman ingin membeli 2 hotel, 3 rumah dan 5 ruko seharga 15000. Sedangkan Supriman ingin membeli 3 hotel, 3 rumah dan 2 ruko seharga 12000. Sementara Sukijah ingin membeli 2 hotel, 4 rumah dan 2 ruko sebesar 10000. Jika total pengeluaran yang harus dikeluarkan sebesar 37000, berapakah harga masing-masing 1 hotel, rumah dan ruko tersebut?

Penyelesaian:

Misal: hotel = x, rumah = y, ruko = z

Persamaan linear yang didapat dari soal yaitu:

Langkah pertama kita akan lakukan metode eliminasi

Dari persamaan diatas ada 2 persamaan yang nilai konstantanya sama yaitu persamaan 2 dan 3 yang masing-masing koefisien z nya = 2. Maka kita eliminasi persamaan 2 dan 3

$$3x+3y+2z=12000$$

$$2x+4y+2z=10000 \quad -$$

$$x-y=2000$$

hilangkan variabel z dengan mengoperasikan persamaan 1 dan 2

$$2x+3y+5z=15000 \quad 2 \quad 4x+6y+10z=30000$$

$$3x+3y+2z=10000 \quad 5 \quad 15x+15y+10z=60000$$

$$-11x-9y=-30000$$

$$11x+9y=30000$$

Setelah eliminasi z didapat 2 persamaan dengan variabel x dan y. lalu kita hitung nilai masing-masing variabel berikut

$$x = \frac{48000}{20}$$

$$x = 2400$$

Selanjutnya lakukan metode substitusi

Untuk mencari nilai y maka masukkan nilai x ke salah satu persamaan

$$x - y = 2000$$

$$2400 - y = 2000$$

$$y = 2400 - 2000$$

$$y = 400$$

Untuk mencari nilai z maka masukkan nilai x dan y ke salah satu persamaan

$$2x+3y+5z=15000$$

$$2(2400)+3(400)+5z=15000$$

$$4800+1200+5z=15000$$

$$6000+5z=15000$$

$$5z=15000-6000$$

$$5z=9000$$

$$z = 9000/5$$

$$z = 1800$$

Jadi harga 1 hotel, rumah dan ruko berturut-turut dalam adalah {2400, 400, 1800}

Tahap Review

Pada tahap review, siswa akan menampilkan hasil jawabannya didepan kelas

Maka dapat disimpulkan bahwa SPLTV adalah

Variabel yang terdapat dalam SPLTV yaitu

SPLTV dapat diselesaikan dalam metode: