BAHAN AJAR PERTEMUAN 3

TEOREMA SISA, FAKTOR DAN AKAR-AKAR POLINOMIAL

Persamaan umum bentuk kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$

Diberikan suatu persamaan kuadrat $x^2 + 7x + 10 = 0$, Berdasarkan hal tersebut jawablah pertanyaan berikut ini!

1. Nilai dari a adalah ...
2. Nilai dari b adalah ...
3. Nilai dari c adalah ...
4. Nilai dari a jika dikali dengan c adalah ....
5. Faktor-faktor dari nilai $(a \times c)$ adalah ....
6. Jika dua faktor dari $(a \times c)$ dijumlah hasilnya menjadi b maka faktor tersebut adalah ...

Kedua akar tersebut digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat sehingga:

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$(x + \ldots\ldots)(x + \ldots\ldots) = 0$$

Jadi $(x + \ldots\ldots)$ dan $(x + \ldots\ldots)$ adalah faktor-faktor dari persamaan kuadrat yang diberikan

Sehingga akar-akar rasional dari persamaan kuadrat tersebut adalah $x = \ldots\ldots$ dan $x = \ldots\ldots$

Apakah kita bisa mencari akar-akar rasional dari $x^3 - 6x^2 - 3x + 2 = 0$ dengan menggunakan cara yang sama seperti mencari akar-akar persamaan kuadrat?

LIVEWORKSHEETS

TEOREMA SISA

Teorema Sisa I

Diketahui suatu polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(x-k)$ dengan hasil baginya $H(x)$ dan sisanya S. Berdasarkan algoritma pembagian maka diperoleh:

$$\dots\dots(x) = (x-k) \times \dots\dots(x) + \dots\dots$$

Perhatikan bahwa derajat S lebih rendah dari $(x-k)$ dengan demikian S adalah ....

Karena algoritma pembagian tersebut berlaku untuk semua nilai x maka jika x diganti dengan k akan diperoleh:

$$\begin{aligned} f(\dots\dots) &= (\dots\dots) \times H(\dots\dots) + \dots\dots \\ &= \dots\dots \times H(\dots\dots) + \dots\dots \\ &= \dots\dots + \dots\dots \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$

Jadi $f(\dots\dots) =$ ... . dengan ... ... merupakan sisa pembagian

Teorema Sisa II

Diketahui suatu polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(ax+b)$ dengan hasil baginya $H(x)$ dan sisanya S. Berdasarkan algoritma pembagian maka diperoleh:

$$\dots\dots(x) = (\dots\dots) \times \frac{\dots\dots(x)}{a} + \dots\dots$$

Perhatikan bahwa derajat S lebih rendah dari $(ax+b)$ dengan demikian S adalah ....

Karena algoritma pembagian tersebut berlaku untuk semua nilai x maka jika x diganti dengan $-\frac{b}{a}$ akan diperoleh:

$$\begin{aligned} f(\dots\dots) &= (a(\dots\dots) + b) \times \frac{H(\dots\dots)}{a} + \dots\dots \\ &= (\dots\dots + b) \times \frac{H(\dots\dots)}{a} + \dots\dots \\ &= (\dots\dots) \times \frac{H(\dots\dots)}{a} + \dots\dots \\ &= \dots\dots + \dots\dots \\ &= \dots\dots \end{aligned}$$

LIVEWORKSHEETS

Jadi $f(\dots\dots) =$ ... . dengan ... ... merupakan sisa pembagian

Teorema Sisa III

Diketahui suatu polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(x-a)(x-b)$ dengan hasil baginya $H(x)$ dan sisanya S. Berdasarkan algoritma pembagian maka diperoleh:

$$\dots\dots(x) = (\dots\dots)(\dots\dots) \times \dots\dots(x) + \dots\dots$$

Perhatikan bahwa derajat S lebih rendah dari $(x-a)(x-b)$ dengan demikian S berderajat ....

Misalkan $s = p\dots\dots + q$, sehingga persamaan sebelumnya dapat ditulis menjadi:

$$\dots\dots(x) = (\dots\dots)(\dots\dots) \times \dots\dots(x) + p\dots\dots + q$$

Karena algoritma pembagian tersebut berlaku untuk semua nilai x maka jika x diganti dengan a dan b akan diperoleh:

$$f(a) = (a-a)(a-b) \times \dots\dots(a) + p\dots\dots + q$$

$$= \dots\dots \times \dots\dots(a) + p\dots\dots + q$$

$$= p\dots\dots + q$$

$$f(b) = (b-a)(b-b) \times \dots\dots(b) + p\dots\dots + q$$

$$= \dots\dots \times \dots\dots(b) + p\dots\dots + q$$

$$= p\dots\dots + q$$

Jadi $S =$ ... . dimana $f(a) = p\dots\dots + q$ dan $f(b) = p\dots\dots + q$

TEOREMA FAKTOR

Diketahui menurut **Teorema Sisa I**:

$$f(x) = (x-k) \times \dots\dots(x) + f(k)$$

Jika $f(k) = 0$ maka:

$$f(x) = (x-k) \times \dots\dots(x) + \dots\dots$$

$$f(x) = (x-k) \times \dots\dots(x)$$

Sehingga $(x-k)$ merupakan .... dari $f(x)$

Begitupun sebaliknya, jika $(x-k)$ merupakan .... dari $f(x)$ maka:

$$f(x) = (x-k) \times \dots\dots(x)$$

LIVEWORKSHEETS

Jika $x = k$ maka akan diperoleh:

$$f(k) = (k - k) \times \dots \dots (k)$$

$$= \dots \dots \times \dots \dots (k)$$

$$= \dots \dots$$

Jadi $f(k) =$ ... ... jika dan hanya jika $(x - k)$ adalah .... dari $f(x)$

AKAR - AKAR POLINOMIAL

Bagimana mencari akar-akar rasional dari persamaan polinomial $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$?

1. Koefisien dari pangkat tertinggi polinomial tersebut adalah ...
2. Konstanta dari polinomial tersebut adalah ...
3. Hasil dari konstanta dibagi dengan koefisien pangkat tertingginya adalah ...
4. Faktor-faktor dari hasil bilangan sebelumnya adalah ....

Dengan skema Horner, periksalah salah satu pembuat nolnya misalkan 1.

	Koefisien x^3	Koefisien x^2	Koefisien x	Konstanta	
$x = 1$	...	...	...	...	
		...	...	...	+
	...	...	...	0	

Karena 1 pembuat nol, maka polinomial $P(x)$ dapat dituliskan sebagai perkalian faktor-faktor seperti berikut:

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$$

$$P(x) = (x - 1).(\dots \dots \dots \dots)$$

$$P(x) = (x - 1)(\dots \dots)(\dots \dots)$$

Sehingga akar-akar rasionalnya adalah $x =$ ... ... , $x =$ ... ... atau $x =$ ... ...

LIVEWORKSHEETS