VEKTOR

1. Diketahui titik $K(-1, 3, 2)$ dan $L(4, 2, -5)$. Jika $\vec{m}$ mewakili vektor $\overrightarrow{KL}$. Vektor $\vec{m}$ dalam bentuk vektor kombinasi linear adalah . . . .

   Penyelesaian:

   $\vec{m} = \overrightarrow{KL}$

   $\vec{m} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$

   $\vec{m} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

   $\vec{m} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

   Maka vektor $\vec{m}$ *dalam bentuk kombinasi linear adalah* $\vec{m} = \ ...\vec{\imath} + \ ...\ \vec{\jmath} + \ ...\ \vec{k}$

2. Diketahui vektor $\vec{u} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{v} = 3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ dan $\vec{w} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\vec{k}$. Hasil dari $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ adalah . . . .

   Penyelesaian:

   $$3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = 3\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

   $$= \begin{pmatrix} (\ \ \times\ \ ) - \quad - \\ (\ \times\ \ \ ) - \quad - \\ (\ \ \times\ \ ) - \quad - \end{pmatrix}$$

   $$= \begin{pmatrix} \quad - \quad - \\ \quad - \quad - \\ \quad - \quad - \end{pmatrix}$$

   $$= \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

   Maka hasil $3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ *dalam bentuk kombinasi linear adalah*

   $$3\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = \ ...\vec{\imath} + \ ...\ \vec{\jmath} + \ ...\ \vec{k}$$

3. Diketahui titik $P(3, -1, 2), Q(-1, 5, 4)$, dan $R(2, 4, -1)$. Jika vektor $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$, $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$, dan $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, maka vektor $\vec{c}$ adalah . . . .

   Penyelesaian:

Untuk $\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$

$\vec{a} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$

$\vec{a} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

Untuk $\vec{b} = \overrightarrow{QR}$

$\vec{b} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

Sehingga untuk $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

$$\vec{c} = 3\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

4. Jika titik $M(2, -5, 8)$ dan $N(-4, 1, 6)$. maka besar vektor $\overrightarrow{MN}$ adalah . . . .

Penyelesaian:

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$

$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

maka besar vektor $\overrightarrow{MN} = |\overrightarrow{MN}|$

$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2}$

$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\quad + \quad + \quad}$

$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\quad}$

$|\overrightarrow{MN}| =$

5. Diberikan dua buah vektor masing-masing $|\vec{a}| = 8 \ \ dan \ \ |\vec{b}| = 12$. Nilai kosinus sudut antara kedua vektor adalah $\frac{1}{3}$. Maka nilai dari $|\vec{a} - \vec{b}|$ adalah . . . .

Penyelesaian:

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{|\overrightarrow{\quad\quad}|^2 + |\overrightarrow{\quad\quad}|^2 - 2 \cdot |\overrightarrow{\quad}| \cdot |\overrightarrow{\quad}| \cdot \cos\theta}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad^2 + \quad\quad^2 - 2 \cdot \quad \cdot \quad\quad \cdot \frac{\quad}{\quad}}$$

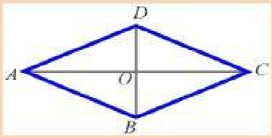
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad + \quad\quad - 2 \cdot \quad \cdot \quad\quad \cdot \frac{\quad}{\quad}}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad\quad - \quad\quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\quad\quad\quad}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| =$$

6. ABCD adalah belah ketupat dengan pusat O. Jika $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ dan $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, maka $\overrightarrow{BD}$ jika dinyatakan dalam vektor $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah . . . .



Penyelesaian :

Vektor $\overrightarrow{BD}$ dengan menggunakan metode segitiga pada operasi penjumlahan didapat:

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\dots\dots} + \overrightarrow{\dots\dots}$$

$$\overrightarrow{BD} = \vec{u} + (-\overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{\dots\dots} - \overrightarrow{\dots\dots}$$

7. Jarak pusat $O(0,0,0)$ ke titik $P(7,-1,2)$ adalah . . . .

Penyelesaian:

Jarak pada vektor sama dengan panjang lintasan dari titik awal sampai ke titik akhir,

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$maka$ jarak pusat $O \ ke \ titik \ P = |\overrightarrow{\quad\quad}|$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad + \quad + \quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{\quad}$$

$$|\overrightarrow{OP}| =$$

8. Diketahui titik $A(3,-2), B(-5,2)$ dan $C(2,-7)$. Titik P membagi AB sehingga $AP : PB = 3 : 1$. Vektor yang mewakili $\overrightarrow{PC}$ adalah . . . .

Penyelesaian:

$$AP : PB = 3 : 1$$

$$P = \frac{3 \ldots\ldots +1 \ldots\ldots}{\ldots\ldots + \ldots\ldots}$$

$$P = \frac{3 \cdot (\ldots\ldots, \ldots\ldots) + (\ldots\ldots, \ldots\ldots)}{\ldots\ldots}$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot ((\ldots\ldots, \ldots\ldots) + (\ldots\ldots, \ldots\ldots))$$

$$P = \frac{1}{4} \cdot (\ldots\ldots, \quad \ldots\ldots)$$

$$P = (\ldots\ldots, \quad \ldots\ldots)$$

$$maka\ \overrightarrow{PC} = \ \ldots\ldots - \ldots\ldots$$

$$\overrightarrow{PC} = (\ldots\ldots, \quad \ldots\ldots) - (\ldots\ldots, \quad \ldots\ldots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\ldots\ldots - \ldots\ldots, \quad \ldots\ldots - \ldots\ldots)$$

$$\overrightarrow{PC} = (\ldots\ldots, \quad \ldots\ldots)$$

9. Diketahui titik A(4, 7, 0), B(6, 10, -6) dan C(1, 9, 0). Jika $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ dan $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$, maka besar sudut antara $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah . . . .

Penyelesaian :

$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ dan $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$

$\vec{u} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$ $\qquad$ $\vec{v} = \overrightarrow{\quad} - \overrightarrow{\quad}$

$\vec{u} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

$\vec{u} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

Sudut antara $\vec{u}$ dan $\vec{v}$ adalah θ, sehingga :

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{\quad} \cdot \overrightarrow{\quad}}{|\overrightarrow{\quad}| \cdot |\overrightarrow{\quad}|}$$

$$\cos\theta = \frac{\quad + \quad + \quad}{\sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2} \cdot \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{\quad + \quad + \quad}{\sqrt{\quad + \quad + \quad} \cdot \sqrt{\quad + \quad + \quad}}$$

$$\cos\theta = \frac{\quad}{\sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad}}$$

$$\cos\theta = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}}$$

$$\cos\theta =$$

$$maka\ \ \theta = \quad\quad ^\circ$$

10. Jika $\overrightarrow{OA} = \binom{1}{2}$, $\overrightarrow{OB} = \binom{4}{2}$, dan θ sudut antara vektor $\overrightarrow{OA}$ dan $\overrightarrow{OB}$, $\tan\theta = \ldots.$

    Penyelesaian:

    $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 1\cdot \quad + \quad \cdot 2 = \quad + \quad =$

    $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{\ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$

    $|\overrightarrow{O\boldsymbol{B}}| = \sqrt{\ldots\ldots^2 + \ldots\ldots^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad}$

    $\cos\theta = \dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{\quad}}{|\overrightarrow{\quad}|\cdot|\overrightarrow{O\boldsymbol{B}}|}$

    $\cos\theta = \dfrac{}{\sqrt{\quad}\cdot\sqrt{\quad}} = \dfrac{}{\sqrt{\quad}} = \dfrac{}{}$

    Dari $\cos\theta$ didapat bahwa sisi samping = $\qquad$ dan sisi miring =

    Sisi depan $=\sqrt{\quad^2 - \quad^2} = \sqrt{\quad - \quad} = \sqrt{\quad} =$

    Maka $\tan\theta = \dfrac{}{}$

11. Diketahui koordinat titik $X(4, 2, -1)$ dan $Y(1, 3, 2)$. Titik P pada XY sedemikian rupa sehingga $XP : YP = -3 : 1$. Tentukan koordinat titik P!

    Penyelesaian:

    $XP : YP = -3 : 1$, dengan konsep vektor berlawanan maka dapat diubah menjadi $XP : PY = -3 : \ldots\ldots$

    Sehingga $p = \dfrac{-3\ldots\ldots + (\ldots\ldots)}{-3 + (\ldots)}$

    $p = \dfrac{\ldots\ldots - \ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

    $p = \dfrac{1}{\ldots\ldots}(-x - \ldots\ldots)$, dengan mensubstitusi $X(4, 2, -1)$ dan $Y(1, 3, 2)$. Maka

$$p = \frac{1}{\ldots\ldots}\left(-\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\right)$$

$$p = \frac{1}{\ldots\ldots}\left(\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\right)$$

$$p = \frac{1}{\ldots\ldots}\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$jadi\ koordinat\ titik\ P = (\qquad\qquad)$$

12. Diketahui dua vektor $\vec{u} = 6\vec{i} - 4\vec{j}$ dan $\vec{v} = t\vec{i} + 12\vec{j}$. Jika vektor $\vec{u}$ tegak lurus terhadap $\vec{v}$, maka nilai t adalah . . . .

Penyelesaian:

vektor $\vec{u}$ tegak lurus terhadap $\vec{v}$, jika dan hanya jika $\vec{u} \cdot \vec{v} =$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} =$$

$$\ldots . \cdot t + \ldots \ldots \cdot \ldots \ldots = 0$$

$$\ldots . t - \ldots \ldots = 0$$

$$\ldots . t = 0 + \ldots ..$$

$$\ldots . t = \ldots ..$$

$$t = -$$

$$t = \ldots \ldots$$

13. Pada segitiga PQR dengan koordinat titik $P(7, -2, 5)$, $Q(5, 0, 4)$ dan $R(3, -6, 7)$. Tentukan proyeksi skalar orthogonal vektor $\overrightarrow{PQ}$ pada $\overrightarrow{PR}$.

Penyelesaian:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = \quad + \quad + \quad =$$

$$|\overrightarrow{PR}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2 + \quad^2} = \sqrt{\quad + \quad + \quad} = \sqrt{\quad} =$$

maka proyeksi skalar orthogonal vektor $\overrightarrow{PQ}$ pada $\overrightarrow{PR}$

$$|\overrightarrow{PQ}_{\overrightarrow{PR}}| = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{\quad}}{|\overrightarrow{\quad}|} = \frac{\quad}{\quad} =$$