

Bachillerato General "David Alfaro Siqueiros"

Cálculo integral

Bloque 2 "Integral definida"

Grado y grupo: 3 "A"

Nombre del alumno(a): Dulce Lourdes Maldonado Olvera

Rectángulos Circunscritos

Decimos que un cuadrilátero convexo es circunscrito si sus lados son tangentes a una misma circunferencia dentro del cuadrilátero.

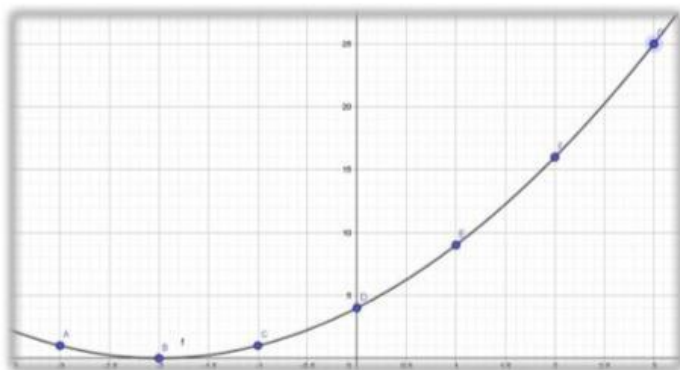
Ejemplo 1.

Determine el área de la función $y=x^2+4x+4$ en el intervalo $[-1,1]$ con cinco rectángulos circunscritos.

Procedimiento: Lo primero que debemos obtener es la gráfica correspondiente a $(1)^2+4(1)+4=9$ la función, la puedes hacer en tu libreta o en hoja milimétrica, aplicando los procedimientos correspondientes obtenemos. Con esos datos ahora se puede trazar la gráfica correspondiente, ubicando los puntos obtenidos en el plano cartesiano.

x	$y = x^2 + 4x + 4$
-3	$(-3)^2 + 4(-3) + 4 = 1$
-2	$(-2)^2 + 4(-2) + 4 = 0$
-1	$(-1)^2 + 4(-1) + 4 = 1$
0	$(0)^2 + 4(0) + 4 = 4$
1	$(1)^2 + 4(1) + 4 = 9$
2	$(2)^2 + 4(2) + 4 = 16$
3	$(3)^2 + 4(3) + 4 = 25$

Ahora procedemos a unir los puntos para obtener la gráfica de la función.



Ahora obtendremos el valor de la base de los rectángulos dividiendo el intervalo $[-1, 1]$ en 5 rectángulos.

Base del rectángulo: $b-a/n$

b es el valor donde termina el límite del área solicitada.

a es el valor donde inicia el límite del área solicitada

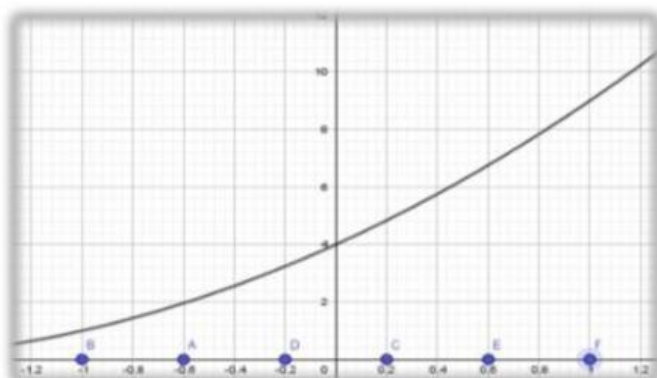
n representa el total de rectángulos a utilizar.

Sustituyendo los valores $a=-1$, $b=1$ y $n=5$ en la fórmula de la base del rectángulo obtenemos:

Base del rectángulo: $1-(-1)/5 = 1+1/5 = 2/5$.

Teniendo la base del rectángulo, encontraremos las alturas de cada rectángulo, para eso es necesario encontrar los valores del eje x correspondientes, es decir, donde inicia el valor de $a=-1$ iremos sumando el valor de la base del rectángulo $2/5$ de $b=1$:
 $-1+2/5 = -0.6$

$-0.6 + 2.5 = -0.2$ $-0.2 + 2.5 = 0.2$ $0.2 + 2.5 = 0.6$ $0.6 + 2.5 = 1$ Ubicamos los puntos obtenidos del eje x, en la gráfica:

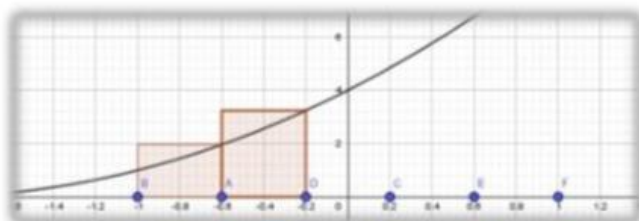


Ahora trazamos los cinco rectángulos en la gráfica de la siguiente manera:

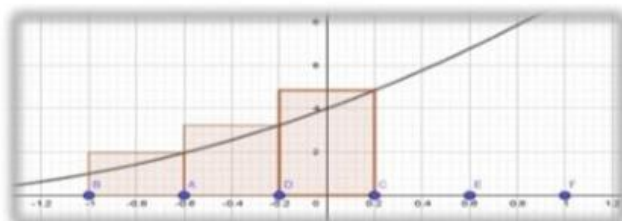
Rectángulo 1



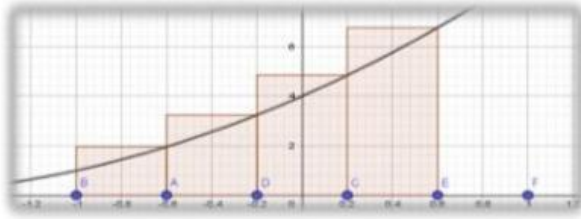
Rectángulo 2



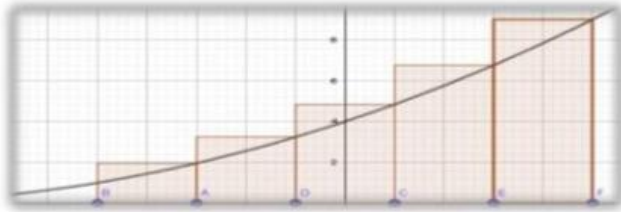
Rectángulo 3



Rectángulo 4

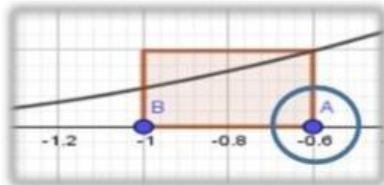


Rectángulo 5



Solo nos queda obtener el área de cada uno, por lo que recurrimos a la fórmula básica: Área del rectángulo = base x altura La base de los cinco rectángulos es la misma $\frac{2}{5}$, el detalle es la altura, por lo que sustituiremos el valor de x que se encuentra en el lado izquierdo del rectángulo en la función que usamos para trazar la gráfica.

Rectángulo 1



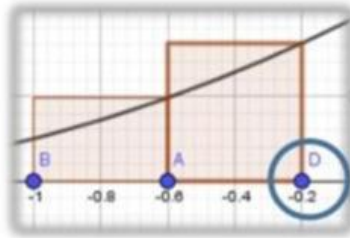
$$\text{Base} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Altura} = (-0.6)^2 + 4(-0.6) + 4 = 1.96$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)(1.96)$$

$$\text{Área 1} = 0.784u^2$$

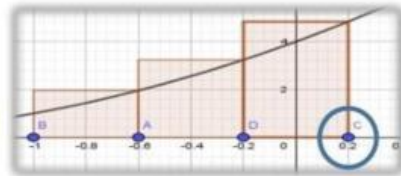
Rectángulo 2



$$\text{Altura} = (-0.2)^2 + 4(-0.2) + 4 = 3.24$$

$$\text{Área 2} = \frac{2}{5} = (2.5)(3.24) = 1.296u^2$$

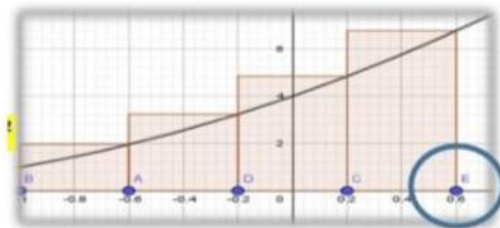
Rectángulo 3



$$\text{Altura} = (0.2)^2 + 4(0.2) + 4 = 4.84$$

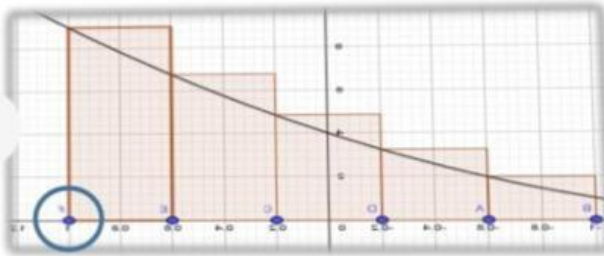
$$\text{Área 3} = \frac{2}{5}(4.84) = 1.93u^2$$

Rectángulo 4



$$\text{Altura} = (0.6)^2 + 4(0.6) + 4 = 6.76 \quad \text{Área 4} = \frac{2}{5}(6.76) = 2.704u^2$$

Rectángulo 5



$$\text{Altura} = (1)^2 + 4(1) + 4 = \text{Área } 5 = (2 \cdot 5) = 3.6u^2$$

Ahora para determinar el área total (AT) debemos hacer la siguiente sumatoria:

$$\begin{aligned}\sum A_T &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \\ \sum A_T &= 0.784 + 1.296 + 1.93 + 2.704 + 3.6 \\ \sum A_T &= 10.314 u^2\end{aligned}$$

Respuesta: El área aproximada que se encuentra debajo de la función $y = x^2 + 4x + 4$ en el intervalo $[-1, 1]$ con 5 rectángulos circunscritos es $10.314 u^2$

Ejercicios para resolver

1. Determina el área de la función $y = 25 - x^2$ desde $x=0$ a $x=5$ usando diez rectángulos Circunscritos, y escribe aquí la respuesta:

2. Determina el área correspondiente de la función $y = 7x - 8.5x^2 + 3x^3$ desde $x=0$ a $x=2$ usando cuatro rectángulos circunscritos. Escribe aquí la respuesta:

3. Calcula el área de la siguiente función por el método de rectángulos circunscritos. Y escribe la respuesta:

d) $f(x) = 1 + \frac{6x-x^2}{9}$, en el intervalo $[0,5]$, con diez rectángulos.

4. calcula el área de la siguiente función por el método de rectángulos circunscritos. Y escribe la respuesta:

c) $f(x) = \frac{1}{x}$, en el intervalo $a=1$ y $b=3$, con cuatro rectángulos.

5. Calcula el área de la siguiente función por el método de rectángulo circunscritos. Y escribe la respuesta:

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, en el intervalo de $a = -0.5$ y $b=2$, con 10 rectángulos.

