

Bachillerato General “David Alfaro Siqueiros”

Cálculo integral

Bloque 2 “Integral definida”

Grado y grupo : 3 “A”

Alumno(a): Dulce Lourdes Maldonado Olvera

Integral Definida

La Integral definida de una función representa el área limitada por la gráfica de la función, en un sistema de coordenadas cartesianas con signo positivo cuando la función toma valores positivos y signo negativo cuando toma valores negativos.

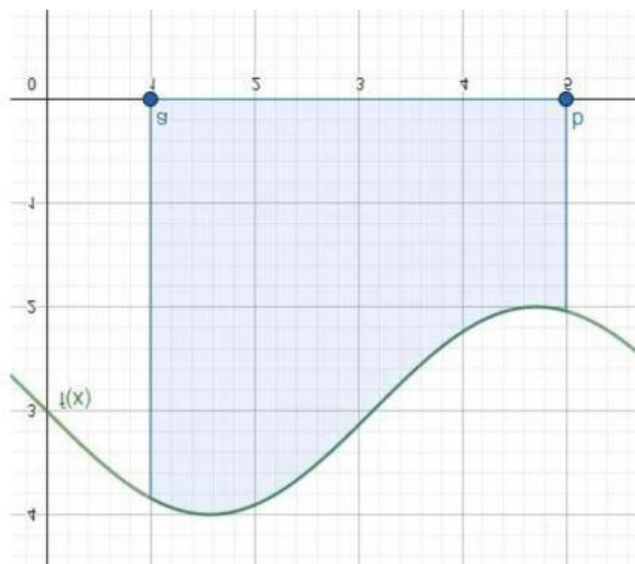
Formula:

$$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$$

Explicación:

Donde $F(x)$ es cualquier antiderivada de $f(x)$ (o primitiva).

La integral definida mide el área debajo de la curva de $f(x)$ entre los puntos a y b , tal y como se aprecia en la siguiente figura:



Ejemplo :

1. Resuelve la siguiente integral definida

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x-1)^3}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x-1)^3} = \int_{-2}^{-1} (x-1)^{-3} dx$$

Por lo que podemos utilizar la fórmula

$$\int u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1}$$

Con el cambio de variable $U=X-1$ y $du= dx$

Y así obtenemos lo siguiente:

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)^{-3+1}}{-3+1} \Big|_{-2}^{-1} = \frac{(x-1)^{-2}}{-2} \Big|_{-2}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(x-1)^3} &= \frac{1}{-2} \frac{1}{(x-1)^2} \Big|_{-2}^{-1} \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{(-1-1)^2} - \frac{1}{(-2-1)^2} \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{(-2)^2} - \frac{1}{(-3)^2} \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{9-4}{36} \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[\frac{5}{36} \right] = -\frac{5}{72} \end{aligned}$$

Ejercicios para resolver

-Resuelve las siguientes integrales definidas.

1. Resuelve la siguiente integral definida :

$$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$$

2. Resuelve la siguiente integral definida :

$$\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}dx$$

3. Resuelve la siguiente integral definida :

$$\int_0^{\pi} \cos x e^{\sin x} dx$$

4. Resuelve la siguiente integral definida :

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$$

5. Resuelve la siguiente integral definida :

$$\int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx$$