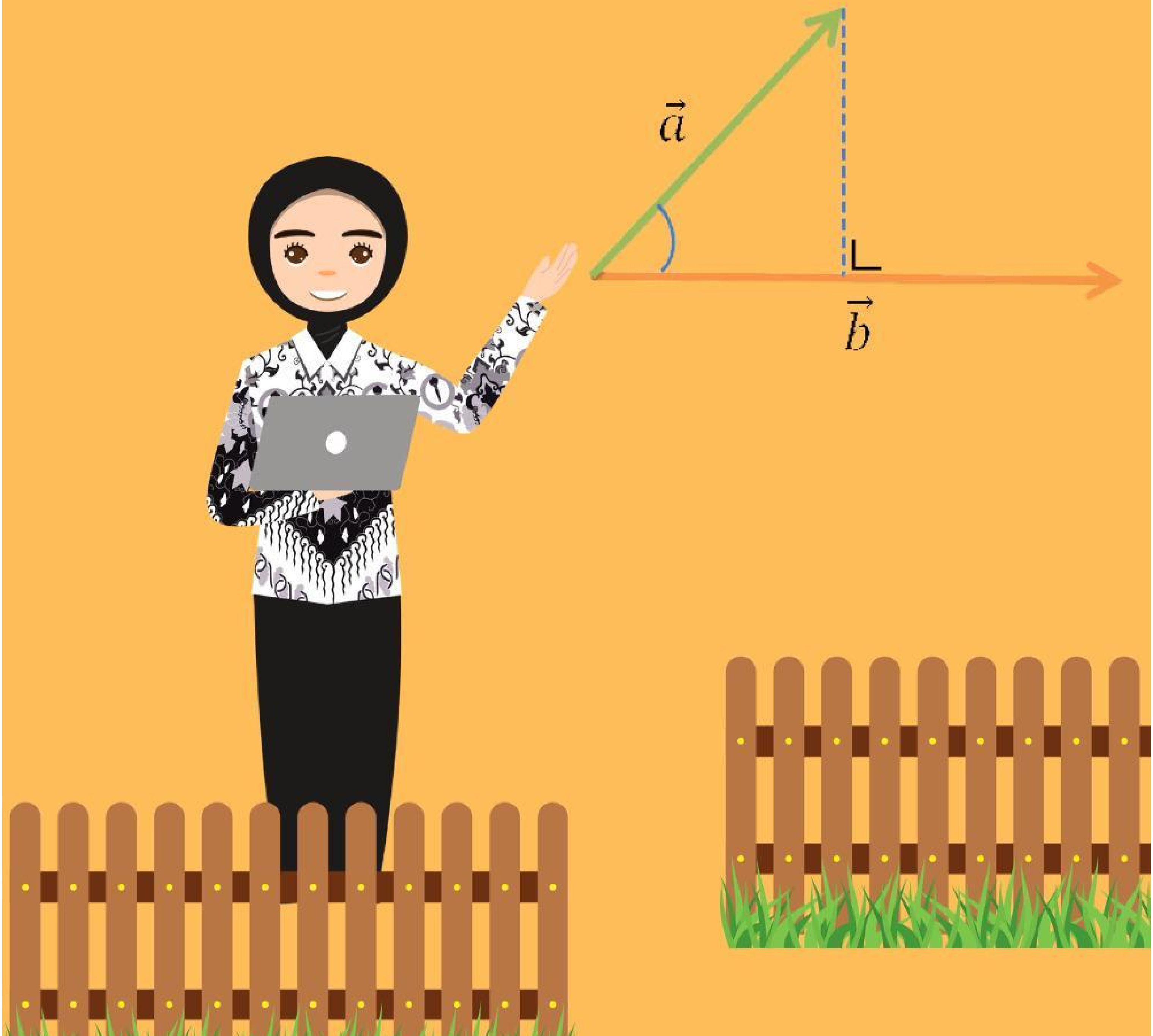
Lembar Kerja Peserta Didik

PROYEKSI VEKTOR ORTHOGONAL
MATA PELAJARAN MATEMATIKA TINGKAT LANJUT
KELAS XI SMA N EGERI 9 YOGYAKARTA

Penyusun : Dhyani Padma Tantri



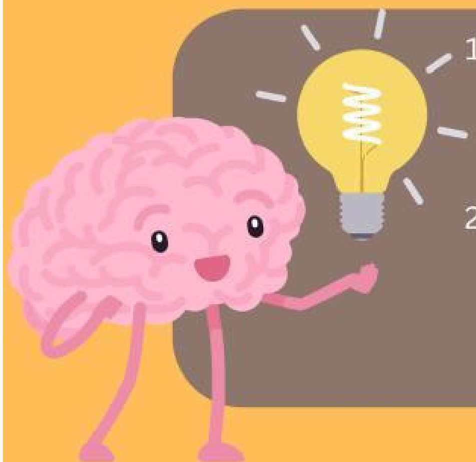
Nama anggota kelompok :

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....

Capaian Pembelajaran :

Di akhir fase F, peserta didik dapat menyatakan vektor pada bidang datar, dan melakukan operasi aljabar pada vektor. Mereka dapat melakukan pembuktian geometris menggunakan vektor. Peserta didik dapat menyatakan sifat-sifat geometri dari persamaan lingkaran, elips dan persamaan garis singgung.

Tujuan Pembelajaran :

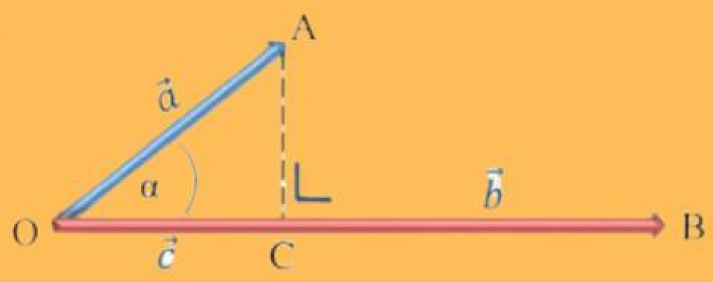


1. Melalui model pembelajaran Assurance, Relevance, Interest, Assessment, Satisfaction dan LKPD, peserta didik menentukan dapat menentukan proyeksi vektor (panjang proyeksi, proyeksi skalar, dan vektor proyeksi).
2. Melalui model pembelajaran Assurance, Relevance, Interest, Assessment, Satisfaction dengan kegiatan diskusi, peserta didik dapat menentukan dapat menentukan proyeksi vektor (panjang proyeksi, proyeksi skalar, dan vektor proyeksi)

Petunjuk Penggunaan :

1. Bacalah dengan teliti setiap kalimat.
2. Diskusikan dengan teman-teman sekelompok, jika di kelompokmu menemukan masalah yang tidak bisa diselesaikan, bertanyalah pada guru .
3. Isikan titik-titik pada lkpd berikut

Rumus Proyeksi Skalar dan Panjang Proyeksi



Perhatikan segitiga AOB.

$$\cos\beta = \frac{|\overline{OC}|}{|\overline{OA}|}$$

$$\rightarrow |\overline{OC}| = |\overline{OA}|\cos\beta$$

$$= |\vec{a}|\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$= \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

Jadi, proyeksi skalar vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah :

$$|\overline{OC}| = |\vec{c}| = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

Ayo Mencoba

Tentukan proyeksi skalar vektor $\vec{p} = 2i + j - k$ pada $\vec{q} = i + 2j + k$

Jawab :

Diketahui : $\vec{p} = 2i + j - k = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{q} = i + 2j + k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$|\vec{p}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}$$

$$|\vec{p}| = \cdots$$

$$\vec{p} \bullet \vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \cdots + \cdots - \cdots$$

Proyeksi skalar vektor $\vec{p}$ pada $\vec{q} = \dfrac{\vec{p} \bullet \vec{q}}{|\vec{p}|} = \cdots$

Rumus Proyeksi Skalar dan Panjang Proyeksi

$$\text{Panjang Proyeksi} = \left|\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}\right|$$

Ayo Mencoba

Diketahui : $P(3,2,-1)$ dan $Q(-4,-2,3)$ serta $a = -3i + 4j + k$

Tentukan panjang proyeksi a pada $\overrightarrow{PQ}$!

Jawab :

Vektor $\overrightarrow{PQ} = b$ maka $b = Q - P$

$$b = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2 + (\ldots)^2} = \cdots$$

Panjang proyeksi vektor a pada $\overrightarrow{PQ} = \left|\frac{\vec{a} \bullet \overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|}\right|$

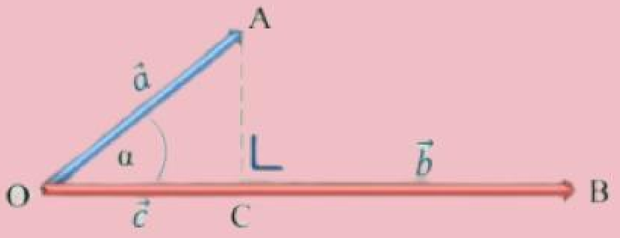
$$= \left|\frac{(\ldots\ldots)(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)(\ldots\ldots)}{\ldots\ldots}\right|$$

$$= \left|\frac{(\ldots\ldots)-(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)}{\ldots\ldots}\right|$$

$$= \left|\frac{(\ldots\ldots)}{\ldots\ldots}\right| = \frac{\cdots}{\cdots}$$

Vektor Proyeksi

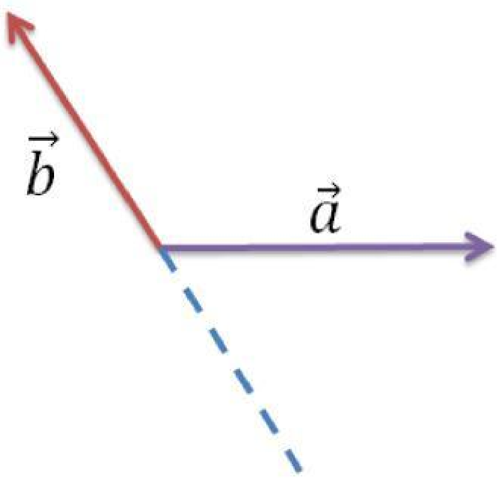
Misalkan terdapat vektor $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ dan vektor $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ yang membentuk sudut α :

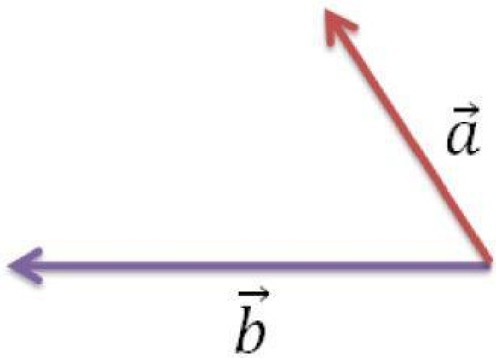


Vektor $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ disebut proyeksi vektor orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$.

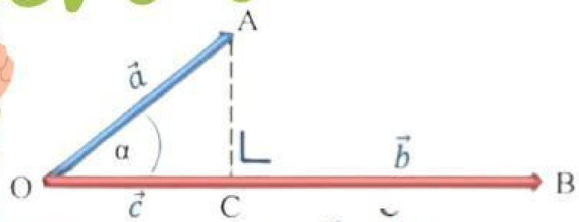
Ayo Mencoba

Perhatikan ilustrasi vektor di bawah ini. Gambarlah proyeksi vektor $\overline{a}$ pada $\overline{b}$ dan berilah nama proyeksinya dengan $\overline{c}$





Review



Vektor $\vec{c}$ searah vektor $\vec{b}$. ini berarti vektor satuan $\vec{c}$ sama dengan vektor satuan $\vec{b}$. yaitu $\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|^2}$ sehingga: $\vec{c} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}.\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}.\vec{b}$

Jadi. **proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$**

$$\boxed{\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b}}$$

Ayo Mencoba

Diketahui : $P(3,2,-1)$ dan $Q(-4,-2,3)$ serta $a = -3i + 4j + k$

Tentukan vektor proyeksi a pada $\overrightarrow{PQ}$!

Jawab :

Vektor $\overrightarrow{PQ} = b$ maka $b = Q - P$

$$b = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2 + (\ldots)^2} = \cdots$$

Vektor proyeksi vektor a pada $\overrightarrow{PQ}$ yakni $\vec{c} = \frac{\vec{a} \bullet \overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|^2} \overrightarrow{PQ}$

$$= \frac{(\ldots\ldots)(\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)(\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)}{\left(\sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2 + (\ldots)^2}\right)^2} \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\cdots}{\cdots} \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} = \cdots \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} = \ldots.i - \cdots j + \cdots k$$