



Madrasah
HEBAT
BERMARTABAT

DAFI
MA ISLAM
TERPADU
DARUL FIKRI

UNIT KEGIATAN BELAJAR MANDIRI

MA ISLAM TERPADU DARUL FIKRI

MATEMATIKA

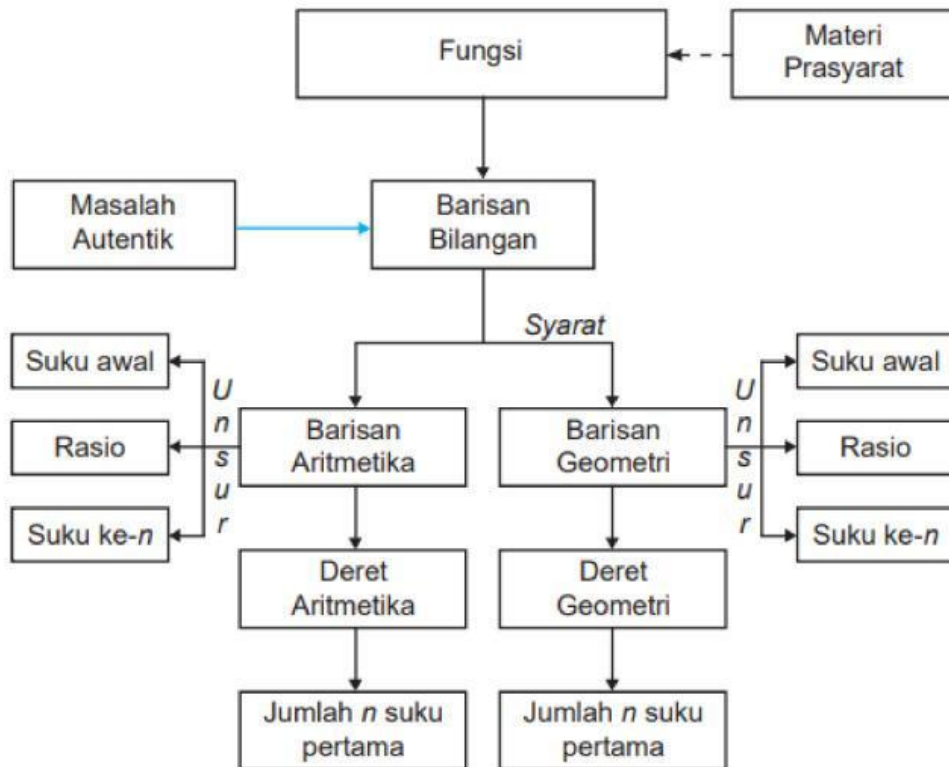
BARISAN DAN DERET



Nama :

Kelas :

PETA KONSEP



KEGIATAN BELAJAR 1

Barisan dan Deret Aritmetika

Suatu barisan bilangan $U_1, U_2, U_3 \dots, U_n$ dinamakan barisan aritmetika jika dua suku yang berurutan mempunyai selisih yang konstan (tetap). Selisih tersebut dinamakan **beda**.

Rumus suku ke-n barisan aritmetika:

$$U_n = a + (n-1)b$$

a : suku pertama

b : beda

Rumus beda pada barisan aritmetika:

$$b = U_n - U_{n-1}$$

U_n : suku ke-n

U_{n-1} : suku ke-(n-1)

Deret aritmetika adalah penjumlahan berurut suku-suku suatu barisan aritmetika.

Rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

a : suku pertama

n : banyaknya suku

Masalah

Suku ketiga suatu barisan aritmetika sama dengan 11, sedangkan suku kesepuluh sama dengan 39.

- Carilah suku pertama dan beda barisan tersebut.
- Carilah rumus suku ke-n.

Penyelesaian

a. $U_3 = 11 \rightarrow a + 2b = 11 \dots (i)$
 $U_{10} = 39 \rightarrow a + 9b = 39 \dots (ii)$
Eliminasi dari persamaan (i) dan (ii)

$$\begin{array}{r} a + 2b = 11 \\ a + 9b = 39 \\ \hline -7b = -28 \\ b = \dots \end{array}$$

Substitusi $b = 4$ ke (i):

$$a + 2(4) = 11$$
$$a = \dots$$

Jadi suku pertama = $a = \dots$ dan beda = $b = \dots$

b. Rumus suku ke-n:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= \dots + (n-1) \dots \\ &= 4n - 1 \end{aligned}$$

Masalah

Diketahui barisan aritmetika dengan suku kelima 17 dan suku kedua belas 38.
Tentukan jumlah 15 suku pertama barisan tersebut.

Penyelesaian

$$U_5 = 17 \rightarrow a + 4b = 17 \dots (i)$$

$$U_{12} = 38 \rightarrow a + 11b = 38 \dots (ii)$$

Eliminasi dari persamaan (i) dan (ii)

$$a + 4b = 17$$

$$a + 11b = 38$$

$$\underline{-7b = -21}$$

$$b = \dots$$

Substitusi $b = 3$ ke (i):

$$a + 4(3) = 17$$

$$a + 12 = 17$$

$$a = \dots$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2(\dots) + (15-1)\dots) = \frac{15}{2} \cdot 52 = \dots$$

Jadi jumlah 15 suku pertama barisan tersebut adalah



Ayo Berlatih

Setelah memahami barisan dan deret aritmetika, mari kita berlatih untuk menyelesaikan beberapa masalah berikut !

1. Tentukan suku ke-25 dari barisan aritmatika 4, 7, 10, 13,
2. Dari suatu barisan aritmetika diketahui suku ketiga 36. Jumlah suku kelima dan ketujuh 144. Tentukan suku ketiga belas barisan tersebut !
3. Jika pada suatu deret aritmetika suku ke- 7 dan suku ke-10 berturut-turut 13 dan 19, maka tentukan jumlah 20 suku pertama !
4. Tinggi sebatang pohon bertambah 5 cm setiap minggu. Pada pengamatan minggu ke 2 tinggi pohon tersebut 190 cm. Setelah pengamatan pada minggu ke-48, pertumbuhan tinggi pohon tersebut berhenti. Hitunglah tinggi pohon pada pengamatan ke-50.

KEGIATAN BELAJAR 2

Barisan dan Deret Geometri

Suatu barisan bilangan $U_1, U_2, U_3 \dots, U_n$ dinamakan **barisan geometri** jika diantara

Dua suku yang berurutan mempunyai perbandingan (rasio) yang konstan (tetap).

Rumus suku ke-n barisan geometri:

$$U_n = ar^{n-1}$$

a : suku pertama

r : perbandingan dua suku berurutan (rasio)

Deret geometri adalah penjumlahan berurut suku-suku suatu barisan geometri.

Rumus jumlah n suku pertama deret geometri:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, \text{ untuk } r < 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}, \text{ untuk } r > 1$$

a : suku pertama

n : banyaknya suku

r : rasio

Masalah

Carilah suku ke-6 dan suku ke-8 dari barisan geometri 3, 6, 12, 24.

Penyelesaian:

$$U_1 = 3$$

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{3} = \dots$$

$$U_6 = U_1 \cdot r^5$$

$$= 3 \cdot 2^5$$

$$= \dots$$

$$U_8 = U_1 \cdot r^7$$

$$= 3 \cdot 2^7$$

$$= \dots$$

Masalah

Diketahui barisan geometri dengan $U_1 + U_2 = -4$ dan $U_3 + U_4 = -36$ dengan $r > 0$. Tentukan jumlah suku keempat dan kelima.

Penyelesaian:

$$U_1 + U_2 = -4 \rightarrow a + ar = -4$$

$$U_3 + U_4 = -36 \rightarrow ar^2 + ar^3 = -36$$

$$\Leftrightarrow r^2(a + ar) = -36$$

$$\Leftrightarrow -4r^2 = -36$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow r = \dots$$

$$r = \dots \rightarrow a + \dots a = -4$$

$$\Leftrightarrow 4a = -4$$

$$\Leftrightarrow a = \dots$$

$$U_4 + U_5 = ar^3 + ar^4 = r^3(a + ar) = 3^3 \cdot (-4) = \dots$$

Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri yang jumlah sukunya tak berhingga dinamakan deret geometri tak hingga.

Deret geometri tak hingga yang mempunyai limit jumlah disebut deret konvergen. Deret yang bukan konvergen disebut deret divergen.

Syarat deret geometri konvergen : $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$

Rumus jumlah n suku pertama deret geometri tak hingga :

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}, \text{ untuk } |r| < 1$$

Masalah

Rumus suku ke- n suatu deret geometri adalah 3^{-n} . Tentukan jumlah tak hingga deret tersebut

Penyelesaian:

$$U_n = 3^{-n}$$

$$a = U_1 = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$U_2 = 3^{-2} = \dots$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{U_2}{U_1} \\ &= \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_\infty &= \frac{a}{1-r} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \dots \end{aligned}$$

Jadi jumlah tak hingga deret tersebut adalah



Ayo Berlatih

Setelah memahami barisan dan deret geometri, mari kita berlatih untuk menyelesaikan beberapa masalah berikut.

1. Tentukan suku ke-7 dari deret geometri $-54 + 36 - 24 + \dots$
2. Suku pertama barisan geometri adalah 6 dan suku ke-6 adalah 192. Tentukan jumlah tujuh suku pertama deret geometri tersebut !
3. Seekor semut pada hari pertama sejauh 1,5 meter, pada hari kedua berjalan sejauh separuh dari perjalanan pertama, pada hari ketiga berjalan separuh dari perjalanan kedua, dan seterusnya sampai berhenti. Tentukan panjang lintasan semut sampai berhenti !
4. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya, begitu seterusnya hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah ...

KEGIATAN BELAJAR 3

Penerapan Barisan dan Deret Aritmetika Barisan dan Deret Geometri dalam Kehidupan Sehari-hari

1. Pertumbuhan

Misalkan jumlah penduduk awal N_0 dengan tingkat pertumbuhan p per tahun, maka jumlah penduduk setelah t tahun adalah :

$$N_t = N_0(1 + p)^t$$

Masalah

Jika diketahui jumlah penduduk di suatu daerah pada awal tahun 2015 berjumlah 2.000.000 jiwa dengan tingkat pertumbuhan 2% per tahun. Berapakah jumlah penduduknya pada akhir tahun 2017?

Penyelesaian

$$N_0 = 2.000.000, p = 2\%, t = 3$$

$$N_t = N_0(1 + p)^t$$

$$N_t = 2.000.000 \times (1 + 0,02)^3 = \dots \text{ jiwa}$$

2. Peluruhan

Misalkan jumlah zat mula-mula adalah N_0 , T = waktu paruh, maka sisa peluruhan zat setelah t (T dan t mempunyai satuan sama) adalah:

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Masalah

Diketahui waktu paruh suatu unsur radioaktif 30 menit. Dalam waktu dua jam, tentukan berapa bagian sisa unsur tersebut.

Penyelesaian

$$T = 30 \text{ menit, } t = 2 \text{ jam} = 120 \text{ menit}$$

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{30}} = \frac{1}{16} N_0$$

$$\text{Jadi sisa} = \frac{\frac{1}{16} N_0}{N_0} \text{ bagian} = \dots \text{ bagian}$$



Ayo Berlatih

Setelah memahami penerapan barisan dan deret aritmetika, barisan dan deret geometri dalam kehidupan sehari-hari, mari kita berlatih untuk menyelesaikan beberapa masalah berikut !

1. Jumlah penduduk di suatu daerah ada 1.000.000 jiwa. Dalam kurun waktu 6 tahun, jumlah penduduknya bertambah menjadi 1.104.081 jiwa. Berapakah tingkat pertumbuhan penduduk per tahunnya?
2. Setelah disimpan selama 40 hari, suatu unsur radioaktif masih bersisa sebanyak 6,25% dari jumlah semula. Tentukan waktu paruh unsur tersebut !

Setelah kalian belajar secara bertahap melalui kegiatan belajar 1, 2, dan 3 di atas, isilah tabel refleksi berikut sesuai dengan penguasaan materi pada UKBM ini !

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1.	Saya dapat menjelaskan konsep pola bilangan.		
2.	Saya dapat menjelaskan konsep barisan dan deret aritmatika.		
3.	Saya dapat menjelaskan konsep barisan dan deret geometri.		
4.	Saya dapat menjelaskan konsep deret geometri tak hingga.		
5.	Saya dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika.		
6.	Saya dapat menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri.		