

CONCEPTOS

1. Cuando escribimos $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, entonces, en términos generales, los valores de $f(x)$ se acercan más y más al número _____ cuando los valores de x se acercan más y más a _____.
Para determinar $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x-5}$, intentamos valores para x más y más cercanos a _____ y encontramos que el límite es _____.
2. Escribimos $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ y decimos que el _____ de $f(x)$ cuando x se aproxima a a por la _____ (izquierda/derecha) es igual a _____. Para hallar el límite izquierdo, intentamos valores para x que son _____ (menores/mayores) que a .
Un límite existe si y sólo si existen los límites _____ y _____ y son _____.

HALLAR LÍMITES NUMÉRICAMENTE.

EJEMPLO 1 | Estimar numérica y gráficamente un límite

Estime el valor del siguiente límite haciendo una tabla de valores. Verifique su trabajo con una gráfica.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

SOLUCIÓN Nótese que la función $f(x) = (x-1)/(x^2-1)$ no está definida cuando $x = 1$, pero esto no tiene importancia porque la definición de $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dice que consideramos valores de x que son cercanos a a pero no iguales a a . Las tablas siguientes dan valores de $f(x)$ (redondeados a seis lugares decimales) para valores de x que se aproximan a 1 (pero no son iguales a 1).

$x < 1$	$f(x)$	$x < 1$	$f(x)$
0.5	0.666667	1.5	0.400000
0.9	0.526316	1.1	0.476190
0.99	0.502513	1.01	0.497512
0.999	0.500250	1.001	0.499750
0.9999	0.500025	1.0001	0.499975

Con base en los valores de las dos tablas, hacemos la conjetura de que

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \text{[caja azul para respuesta]}$$

HALLAR LÍMITES ALGEBRAICAMENTE

ALGUNOS LÍMITES ESPECIALES

1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ donde n es un entero positivo
4. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ donde n es un entero positivo $a > 0$

EJEMPLO 2 | Uso de las Leyes de Límites

Evalúe los límites siguientes, y justifique cada paso.

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} (2x^2 - 3x + 4)$

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} (2x^2 - 3x + 4) &= \lim_{x \rightarrow 5} (\boxed{}) - \lim_{x \rightarrow 5} (\boxed{}) + \lim_{x \rightarrow 5} \boxed{} && \text{Límites de una diferencia y suma} \\ &= \boxed{} \lim_{x \rightarrow 5} x^2 - \boxed{} \lim_{x \rightarrow 5} x + \lim_{x \rightarrow 5} \boxed{} && \text{Límite de un Múltiplo Constante} \\ &= 2(5^2) - 3(5) + 4 && \text{Límites especiales 3, 2 y 1} \\ &= \boxed{} \end{aligned}$$