“INTEGRAL INDIFINIDA”

BACHILLERATO GENERAL OFICIAL: DAVID ALFARO SIQUEIROS

ASIGNATURA: CALCULO INTEGRAL

NOMBRE DEL DOCENTE: MTRO. ABISAI ORDUÑA MARTÍNEZ

NOMBRE DEL ALUMNO: SHARON JOCELYN FERNÁNDEZ HERNÁNDEZ, TERESA CORTES PÉREZ

GRADO: 1 GRUPO: “A”

SEMESTRE: QUINTO

BLOQUE: 1

Teoremas básicos de integración

El **teorema fundamental del cálculo** consiste (intuitivamente) en la afirmación de que la derivación e integración de una función son operaciones inversas. Esto significa que toda función acotada e integrable (siendo continua o discontinua en un número finito de puntos) verifica que la derivada de su integral es igual a ella misma. Este teorema es central en la rama de las matemáticas denominada análisis_matemático o cálculo_infinitesimal.

El teorema fundamental del cálculo dice que la **derivada de la integral** $F(x)$ de la función continua $f(x)$ es la propia $f(x)$

Fórmula

$F'(x)=f(x)$

El teorema fundamental del cálculo nos indica que la derivación y la integración son operaciones inversas.

Al integrar una función continua y luego derivarla se recupera la función original.

Ejemplos

Ejercicio 1

$F(x) = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$

De acuerdo con (1)

$F'(x) = \mathrm{d}_{\overline{dx \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt = f(b(x))\cdot b'(x) - f(a(x))\cdot a'(x)}}$

Donde

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2},$$
$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$
$$b(x) = x \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 1,$$

Por lo tanto

$$
\begin{aligned}
F'(x) &= f(x) \cdot 1 - f(1) \cdot 0 \\
&= \frac{1}{1+x^2}
\end{aligned}
$$

Ejercicio 2

F(x) $= \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt$

Recordemos que

F(x) $= \int_x^1 \frac{1}{1+t^2} dt = - \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$

Entonces del ejemplo anterior

F'(x) = - $1_{\overline{1+x^2}}$

Ejercicio 3

F(x) $= \int_1^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt$

De nuevo, de acuerdo con (1)

F'(x) = d$\frac{}{dx \int_1^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = f(b(x)) \cdot b'(x) - f(a(x)) \cdot a'(x)}$

Donde

$$
\begin{aligned}
&f(t) = \frac{1}{1+t^2}, \\
&a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0, \\
&b(x) = x^2 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 2x,
\end{aligned}
$$

Por lo tanto

$$
\begin{aligned}
F'(x) &= f(x^2) \cdot 2x - f(1) \cdot 0 \\
&= \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot 2x \\
&= \frac{1}{1+x^4} \cdot 2x
\end{aligned}
$$

Ejercicio 4

F(x) $= \int_1^{x^3} \frac{1}{1+t^2} dt$

En este caso tenemos que

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2},$$
$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$
$$b(x) = x^3 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 3x^2,$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{d}{dx}\int_1^{x^3} \frac{1}{1+t^2}dt \\ &= f(x^3)\cdot 3x^2 - f(1)\cdot 0 \\ &= \frac{1}{1+(x^3)^2}\cdot 3x^2 \\ &= \frac{1}{1+x^6}\cdot 3x^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 5

$$\text{F(x)} = \int_1^{x^2} e^{t^2}dt$$

Tenemos que

$$f(t) = e^{t^2},$$
$$a(x) = 1 \quad \text{entonces} \quad a'(x) = 0,$$
$$b(x) = x^2 \quad \text{entonces} \quad b'(x) = 2x,$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{d}{dx}\int_1^{x^2} e^{t^2}dt \\ &= f(x^2)\cdot 2x - f(1)\cdot 0 \\ &= e^{(x^2)^2}\cdot 2x \\ &= e^{x^4}\cdot 2x \end{aligned}$$

Ejercicios a resolver

$$\text{F(x)}=\int_x^1 \frac{1}{1+t^2}\,dt$$

hallar el valor de c del **teorema de la media**, para la función

$f(x) = 3x^2$

F(x)=$\int_x^1 \frac{1}{1+t^2}\,dt$