

Em Hồng Hà

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
NĂM HỌC 2021 - 2022

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

Ngày thi: 06/5/2022

Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $P = \frac{x-9}{\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{2\sqrt{x}+5}{9-x}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$.
- 2) Chứng minh $Q = \frac{x+2}{x-9}$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $A = P.Q$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thợ thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc?

2) Một hình nón có đường sinh bằng 30 cm, đường kính đáy bằng 36 cm. Tính thể tích hình nón đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 9(x-1) + (2y-3) = -2 \\ 3(x-1) - 2(2y-3) = -3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 3$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $\frac{1}{x_1-2} + \frac{1}{x_2-2} = 2$.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB , C là điểm thuộc đường tròn sao cho $AC < BC$. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C vẽ tiếp tuyến Bx của đường tròn (O) , từ điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với dây BC tại H cắt tiếp tuyến Bx tại D , đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm E .

- 1) Chứng minh tứ giác $BHED$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh: DC là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $AE.AD = 4.OH.OD$.
- 3) Gọi I là trung điểm của HD , BI cắt đường tròn (O) tại điểm F . Chứng minh $HF \perp BI$.

Bài V (0,5 điểm)

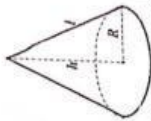
Giải phương trình:
$$\frac{9}{x^2} + \frac{2x}{\sqrt{2x^2+9}} = 1.$$

-----Hết-----

Họ tên Thí sinh:.....SBD.....

| Bài | Ý | Nội dung trình bày | Điểm |
|---------------------|----|---|----------------------------------|
| Bài 1 (2,0 điểm) | 1) | Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$. Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức P , ta được: $P = \frac{4-9}{\sqrt{4}} = -2.$ Vậy $P = \frac{-5}{2}$ tại $x = 4$. | 0,75đ 0,5đ 0,25đ |
| | 2) | Chứng minh $Q = \frac{x+2}{x-9}$. $Q = \frac{\sqrt{x+1} - \frac{2\sqrt{x+5}}{9-x}}{\sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x+5}}{x-9}$ $Q = \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} + \frac{2\sqrt{x+5}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} = \frac{x-2\sqrt{x-3}+2\sqrt{x+5}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$ $Q = \frac{x+2}{x-9}$ (điều phải chứng minh). | 0,75đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ |
| Bài 2 (2,0 điểm) | 3) | Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = P \cdot Q$ với $x > 0; x \neq 9$. Ta có: $A = P \cdot Q = \frac{x-9}{\sqrt{x}} \cdot \frac{x+2}{x-9}$. $A = \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{2} \geq 2\sqrt{2}$ Do $\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{2})^2}{\sqrt{x}} \geq 0$ với $x > 0; x \neq 9$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}-\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy $\min(A) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2$. | 0,25đ 0,25đ |
| | 1) | Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thợ thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc? | 1,5đ |

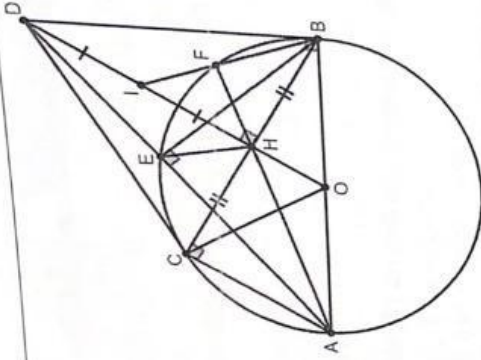
| | | |
|---------------------|--|-------------------------|
| | <p>Gọi thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong việc là x (ngày) ($x > 0$).</p> <p>Khi đó, thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong việc là $x + 9$ (ngày).</p> <p>Một ngày, người thợ thứ nhất làm được là: $\frac{1}{x+9}$ (phần công việc).</p> <p>Một ngày, người thợ thứ hai làm được là: $\frac{1}{x}$ (phần công việc).</p> <p>Theo bài ra, ta có phương trình: $\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$.</p> <p>$\Rightarrow x^2 - 3x - 54 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \text{ (TM)} \\ x = -6 \text{ (KTM)} \end{cases}$</p> <p>Vậy thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong công việc là 18 ngày.</p> <p>Thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong công việc là 9 ngày.</p> | 0,25đ 0,25đ 0,25đ |
| 2) | <p>Một hình nón có đường sinh bằng 30 cm, đường kính đáy bằng 36 cm. Tính thể tích hình nón đó. (Lấy $\pi \approx 3,14$).</p> <p>Đường sinh hình nón là: $l = 30 \text{ (cm)}$.</p> <p>Bán kính đáy hình nón là: $R = \frac{d}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ (cm)}$.</p> <p>Theo định lý Pytago: $h^2 + R^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 + 18^2 = 30^2$.</p> <p>Chiều cao của hình nón là: $h = 24 \text{ (cm)}$.</p> <p>Thể tích hình nón là:</p> <p>$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 18^2 \cdot 24 = 2592\pi \approx 8138,88 \text{ (cm}^3\text{)}$.</p> | 0,25đ 0,25đ |
| Bài 3 (2,0 điểm) | <p>1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 9(x-1) + (2y-3) = -2 \\ 3(x-1) - 2(2y-3) = -3 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} 9(x-1) + (2y-3) = -2 \\ 3(x-1) - 2(2y-3) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 2y = 10 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 18x + 4y = 20 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 2 \end{cases}$</p> | 1,0đ 0,25đ 0,25đ |



| | |
|---|--|
| <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 2 \end{cases}$.</p> | 0,25đ |
| <p>2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 3$ và parabol (P): $y = x^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 2$.</p> <p>Xét $\begin{cases} y = x^2 & (P) \\ y = 2x - m + 3 & (d) \end{cases}$.</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:</p> $x^2 = 2x - m + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 3 = 0 \quad (1)$ <p>Ta có: $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 3) = 16 - 4m$</p> <p>Điều kiện để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt là: Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 16 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 4 \quad (*)$</p> <p>Theo Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 x_2 = m - 3 & (2) \end{cases}$.</p> <p>Theo bài ra, ta có: $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 2$</p> $\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - 4}{x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4} = 2 \quad (3)$ <p>Thay (1), (2) vào (3), ta được: $\frac{-2}{m - 3} = 2 \quad (DK: m \neq 3)$.</p> $\Rightarrow m - 3 = -1 \Leftrightarrow m = 2 \quad (TM)$ <p>Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.</p> | <p>1,0đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> |

Bài 4
(3,5 điểm)

0,25đ



Vẽ hình đúng đến câu a.

0,75đ

a) Chứng minh tứ giác BHED là tứ giác nội tiếp.

0,25đ

Xét (O) có: $OH \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BHD} = 90^\circ$

Xét (O) có: $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow BE \perp AD \Rightarrow \widehat{BED} = 90^\circ$.

Xét tứ giác BHED có: $\widehat{BHD} = \widehat{BED} = 90^\circ$ mà hai góc này có đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BD \Rightarrow Tứ giác BHED nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

0,25đ

b) Chứng minh DC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

0,25đ

1,5đ

Xét $\triangle OBC$ có: $OB = OC = R \Rightarrow \triangle OBC$ cân tại O.

0,25đ

Mà OH là đường cao $\triangle OBC$ (do $OH \perp BC$)

$\Rightarrow OH$ đồng thời là đường phân giác của $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{BOD} = \widehat{COD}$

Xét (O) có: BD là tiếp tuyến tại B của (O)

$\Rightarrow BD \perp OB$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{OBD} = 90^\circ$

Chứng minh được $\triangle BOD = \triangle COD$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{OBD} = \widehat{OCD}$ (hai góc tương ứng) mà $\widehat{OBD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OCD} = 90^\circ$

$\Rightarrow OC \perp DC$ tại C

$\Rightarrow DC$ là tiếp tuyến tại C của (O) (điều phải chứng minh).

Chứng minh $AE \cdot AD = 4 \cdot OH \cdot OD$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B, đường cao BE có: $AE \cdot AD = AB^2$ (định lý)

Mà $AB^2 = (2 \cdot OB)^2 = 4 \cdot OB^2 \Rightarrow AE \cdot AD = 4 \cdot OB^2$ (1)

Xét $\triangle OBD$ vuông tại B, đường cao BH có:

$OB^2 = OH \cdot OD$ (định lý) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AE \cdot AD = 4 \cdot OH \cdot OD$ (điều phải chứng minh).

0,25đ

0,25đ

0,5đ

0,25đ

0,25đ

| | | |
|------------------|--|-------|
| c) | <p>Gọi I là trung điểm của HD, BI cắt (O) tại điểm F. Chứng minh $HF \perp BI$. + Xét $\triangle CAB$ vuông tại C và $\triangle HBD$ vuông tại H có: $\widehat{ABC} = \widehat{HDB}$ (cùng phụ với góc \widehat{HBD}) Suy ra: $\triangle CAB$ đồng dạng $\triangle HBD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{HD} = \frac{2BH}{2DI} = \frac{BH}{DI}$.</p> <p>+ Xét $\triangle HAB$ và $\triangle BD$ có: $\widehat{ABH} = \widehat{IDB}$ và $\frac{AB}{BD} = \frac{BH}{DI}$ $\Rightarrow \triangle HAB$ đồng dạng $\triangle IDB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{DBI}$ mà $\widehat{DBI} = \widehat{BAF} = \frac{1}{2}$ số đo \widehat{BF} (định lý) $\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{BAF}$ mà AH, AF cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB \Rightarrow Tia AH trùng với tia AF $\Rightarrow A, H, F$ thẳng hàng.</p> <p>Xét (O) có: $\widehat{AFB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AF \perp BF \Rightarrow HF \perp BI$ (điều phải chứng minh).</p> | 0,25đ |
| Bài 5 5 điểm) | <p>Giải phương trình: $\frac{9}{x^2} + \frac{2x}{\sqrt{2x^2+9}} = 1$.</p> <p>Điều kiện: $x \neq 0$, đưa phương trình trở thành: $\frac{2x^2+9}{x^2} + \frac{2x}{\sqrt{2x^2+9}} - 3 = 0$</p> <p>Đặt ẩn phụ: $\frac{x}{\sqrt{2x^2+9}} = t$, phương trình trở thành: $2t^2 - 3t^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2(2t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$</p> <p>Trường hợp: $t=1$ ta có $x = \sqrt{2x^2+9}$ (pt vô nghiệm) Trường hợp: $t = -\frac{1}{2}$ ta có $\sqrt{2x^2+9} = -2x$ (DK: $x < 0$) $\Rightarrow 2x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (KTM)} \\ x = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (TM)} \end{cases}$</p> <p>Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ -\frac{3\sqrt{2}}{2} \right\}$</p> | 0,25đ |

Tổ giám khảo thống nhất để chia nhỏ điểm thành phần nhưng không được thay đổi tổng điểm. Học sinh làm cách khác mà vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa.