



PEMERINTAH PROVINSI JAWA TIMUR  
DINAS PENDIDIKAN  
SEKOLAH MENENGAH ATAS NEGERI 3 MALANG

Jl. Sultan Agung Utara No.7 Telp (0341)324768, Fax (0341)341530  
Website : [www.sman3-malang.sch.id](http://www.sman3-malang.sch.id) E - mail : [humas@sman3-malang.sch.id](mailto:humas@sman3-malang.sch.id)



## LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Mata Pelajaran : Matematika Lanjut

Materi : Vektor di Ruang ( $R^2$ )

Kelas / Semester : XI / 4

Tahun ajaran : 2023 / 2024

Kelompok : .....

Nama Anggota : .....

1. ....

2. ....

3. ....

4. ....

5. ....

6. ....

## A. Petunjuk Belajar

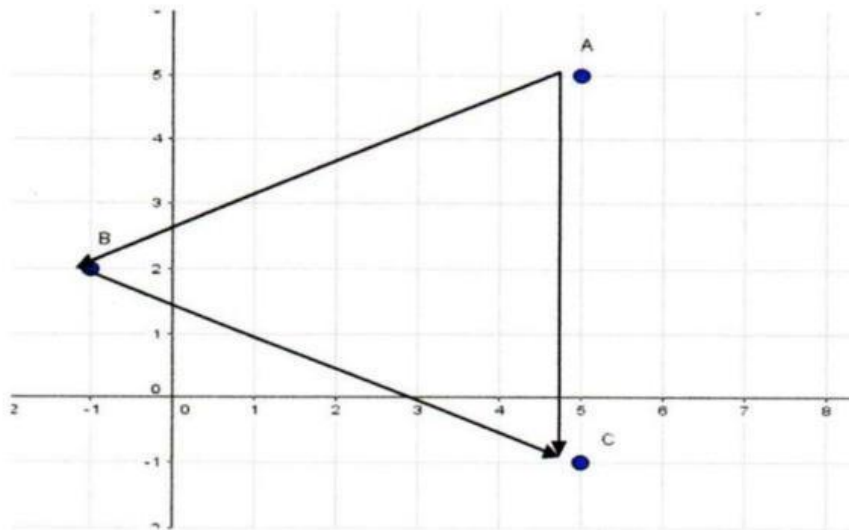
1. Amatilah masalah yang disajikan gurumu pada lembar LKPD
2. Diskusikan bersama kelompokmu dengan cermat dan benar terkait semua hal yang dicantumkan dalam LKPD!

Presentasikan hasil pekerjaan dan tugas kelompok yang diberikan gurumu di depan kelas!

---

### Pendahuluan

---



Perhatikan gambar di atas. A, B, dan C masing-masing menyatakan rumah Andi, Budi, dan Citra berdiri, jika Andi berjalan ke arah rumah Budi, maka terbentuk vektor. Kemudian, Andi berjalan lagi dari rumah Budi ke rumah Citra. Jika kalian perhatikan perjalanan Andi ke rumah Budi (AB) dan melanjutkan ke rumah Citra (BC) akan terbentuk resultan AC.

---

### Kegiatan Belajar 1

---

Vektor adalah besaran yang mempunyai besar/nilai dan arah.

Sedangkan besaran yang hanya mempunyai besar/nilai disebut skalar.

Secara geometri, vektor dapat digambarkan sebagai ruas garis berarah. Nilai vektor dengan panjang ruas garis dan arahnya dinyatakan dengan tanda panah. Pada gambar di bawah,  $\overrightarrow{AB}$  merupakan vektor dengan A sebagai titik pangkal (*initial point*) dan B sebagai ujung (*terminal point*).



### Penulisan Vektor

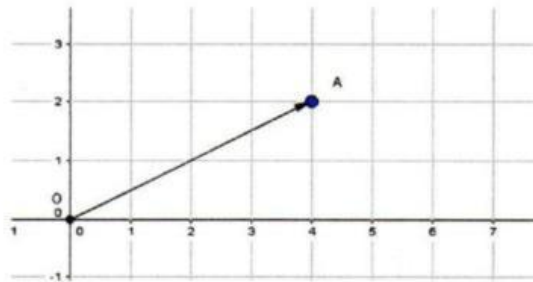
Vektor  $\overrightarrow{AB}$  juga dapat dituliskan dengan suatu huruf, misalnya  $\mathbf{a}$  atau  $\vec{a}$ . Penulisan vektor juga dapat dilakukan dengan menuliskan komponennya.

### Vektor pada Ruang Dimensi Dua

Vektor pada dimensi dua dapat dinyatakan dengan matriks garis atau matriks kolom yang merupakan komponen-komponen vektor, yaitu  $(x, y)$  atau  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  dengan  $x$  sebagai komponen horizontal dan  $y$  sebagai komponen vertikal.

$$\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} = \vec{a} = (x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x_i + y_j$$

Berikut adalah contoh penulisan vektor dalam dimensi dua

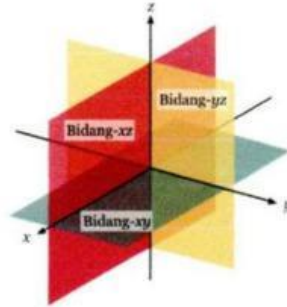


1. Vektor  $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a} = \vec{a}$
2. Pasangan berurutan  $\vec{a} = (x, y) = (4, 2)$
3. Vektor kolom  $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$  atau vektor baris  $\vec{a} = (x, y) = (4, 2)$
4. Kombinasi linear vektor satuan  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  yaitu :  $\vec{a} = x_i + y_j = 4_i + 2_j$

## Vektor pada Ruang Dimensi Tiga

Vektor di dimensi tiga adalah vektor yang mempunyai 3 sumbu, yaitu  $x, y, z$  yang saling tegak lurus dan berpotongan ketiga sumbu sebagai titik asal.

Vektor  $\mathbf{p}$  pada bangun ruang dapat dituliskan dalam bentuk:

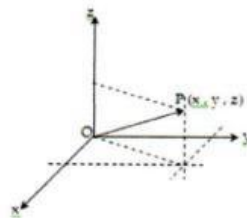


Sebelum memperluas konsep vektor ke dalam tiga dimensi, Anda harus mampu untuk mengidentifikasi titik-titik dalam **sistem koordinat tiga dimensi**. Anda dapat membangun sistem ini dengan membuat sumbu- $z$  yang memotong tegak lurus sumbu- $x$  dan sumbu- $y$  pada titik asal, seperti yang ditunjukkan Gambar 1. Jika Anda memasangkannya, sumbu-sumbu tersebut akan membentuk **tiga bidang koordinat: bidang- $xy$ , bidang- $xz$ , dan bidang- $yz$** . Ketiga bidang koordinat ini akan memisahkan ruang menjadi delapan oktan. Oktan pertama berisi titik-titik yang semua koordinatnya positif. Dalam sistem tiga dimensi ini, suatu titik  $P$  dalam ruang ditentukan dengan tripel berurutan  $(x, y, z)$ , dimana  $x, y$ , dan  $z$  dijelaskan sebagai berikut.

- $x$  = jarak langsung dari bidang-  $yz$  ke  $P$
- $y$  = jarak langsung dari bidang-  $xz$  ke  $P$
- $z$  = jarak langsung dari bidang-  $xy$  ke  $P$

Vektor posisi titik  $P$  adalah vektor yang berpangkal di titik  $P(0,0,0)$  dan berujung di titik  $P(x, y, z)$ , bila ditulis

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



Secara umum koordinat kartesius vektor  $\overrightarrow{OP} = \mathbf{p} = \vec{p}$  dapat ditulis dengan cara berikut.

1. Pasangkan berurut  $(x, y, z)$
2. Vektor kolom  $p = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  atau vektor baris  $p = (x \ y \ z)$
3. Kombinasi linear vektor satuan  $i, j, k$  yaitu :  $p = x_i + y_j + z_k$  dengan
 
$$i = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ dan } k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$i$  = vektor satuan dalam arah  $OX$   
 $j$  = vektor satuan dalam arah  $OY$   
 $k$  = vektor satuan dalam arah  $OZ$

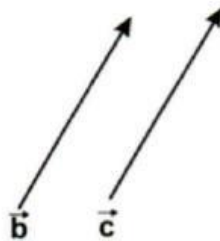
### Kesamaan Vektor

---

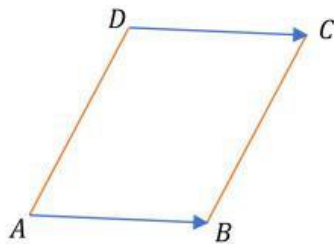
Dua vektor dikatakan **sama** jika keduanya memiliki panjang dan arah yang sama.

---

Perhatikan ilustrasi berikut.



Diketahui vektor  $\vec{b}, \vec{c},$  dan  $\vec{d}$  memiliki panjang sama. Berdasarkan arah vektornya, dapat dikatakan  $\vec{b} = \vec{c}$ . Jika vektor direpresentasikan menggunakan garis berarah, maka dua vektor sama jika vektor yang satu merupakan hasil pergeseran dari vektor yang kedua.



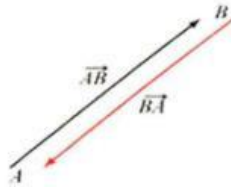
Perhatikan jajar genjang  $ABCD$  di atas. Dengan menggunakan kesamaan vektor dapat diperoleh vektor  $\vec{AB} = \vec{DC}$  sedangkan vektor  $\vec{AD} = \vec{BC}$ .

### Vektor Nol

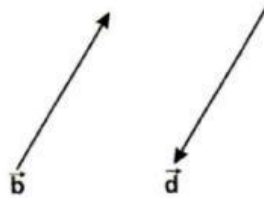
Vektor nol, dinotasikan dengan  $\vec{0}$  atau  $\mathbf{0}$ , adalah vektor dengan panjang nol. Vektor nol merupakan satu-satunya vektor yang tidak memiliki arah.

$$\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ vektor di } R_2 \text{ dan } \vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### Vektor Negatif (Berlawanan Arah)



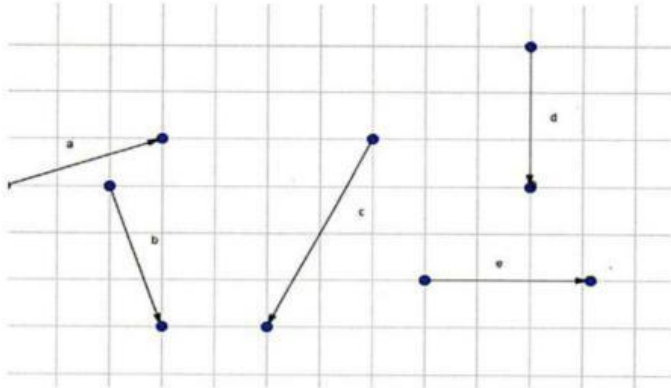
Perhatikan bahwa vektor  $\vec{AB}$  dan  $\vec{BA}$  saling sejajar dan memiliki panjang yang sama namun memiliki arah yang berlawanan. Dalam hal ini, vektor  $\vec{BA}$  merupakan negatif dari  $\vec{AB}$  dalam hal ini ditulis  $\vec{BA} = -\vec{AB}$ .



Meskipun vektor  $\vec{b}$  dan  $\vec{d}$  mempunyai panjang sama, vektor  $\vec{b}$  tidak sama dengan vektor  $\vec{d}$ . Hal yang dapat disimpulkan adalah  $\vec{b}$  berlawanan arah dengan  $\vec{d}$ .

## Latihan Soal

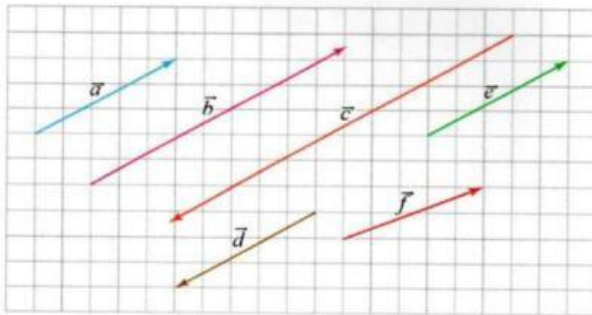
1. Perhatikan gambar vektor berikut!



Nyatakan vektor-vektor tersebut dalam bentuk:

- Vektor kolom
- Vektor baris
- Vektor basis

2. Perhatikan gambar berikut!



Tentukan pasangan vektor yang

- Sejajar
- Searah
- Sama panjang
- Berlawanan arah
- Merupakan negatif dari vektor lainnya
- Sama

**Penyelesaian:**

1. Nyatakan vektor-vektor tersebut dalam bentuk:

a. Vektor kolom

- Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ \dots \end{pmatrix}$
- Vektor  $\vec{b} = \begin{pmatrix} \dots \\ -3 \end{pmatrix}$
- Vektor  $\vec{c} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- Vektor  $\vec{d} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
- Vektor  $\vec{e} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

b. Vektor baris

- Vektor  $\vec{a} = (\dots, 1)$
- Vektor  $\vec{b} = (1, \dots)$
- Vektor  $\vec{c} = (\dots, \dots)$
- Vektor  $\vec{d} = (\dots, \dots)$
- Vektor  $\vec{e} = (\dots, \dots)$

c. Vektor basis

- Vektor  $\vec{a} = \dots + j$
- Vektor  $\vec{b} = i - \dots$
- Vektor  $\vec{c} = \dots i - \dots j$
- Vektor  $\vec{d} = \dots + \dots = \dots$
- Vektor  $\vec{e} = \dots + \dots = \dots$



2. Tentukan pasangan vektor yang:

i) Sejajar

Vektor  $\vec{a}$ , ... , dan ...

ii) Searah

Vektor  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , ... , dan ...

iii) Sama panjang

Vektor  $\vec{a}$ , ... , dan ...

iv) Berlawanan arah

Vektor  $\vec{c}$  dan vektor ...

v) Merupakan negatif dari vektor lainnya

Vektor ...

vi) Sama

Vektor  $\vec{a}$  dan vektor ...