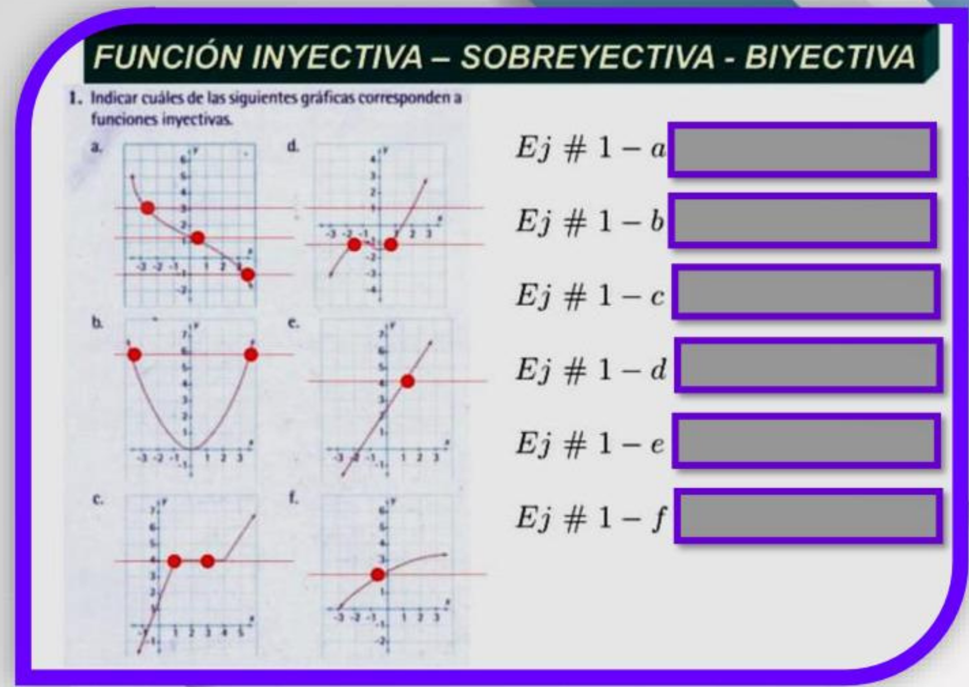
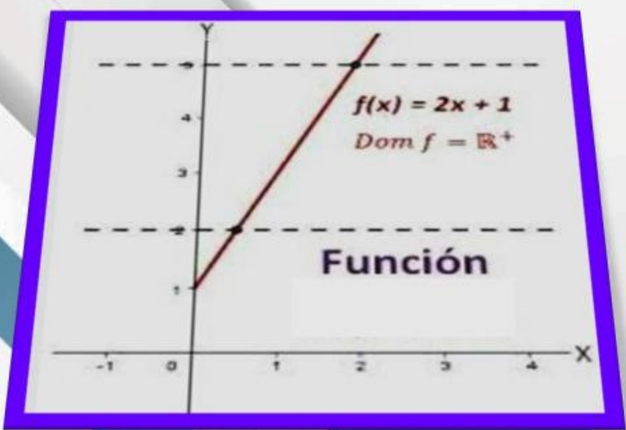
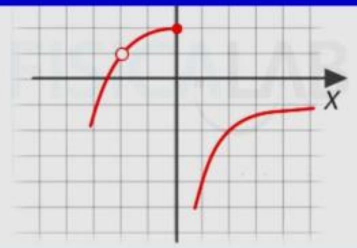
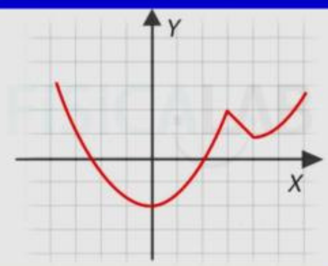
1.Encuentra si es una función inyectiva o una función no inyectiva.

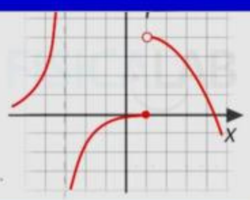


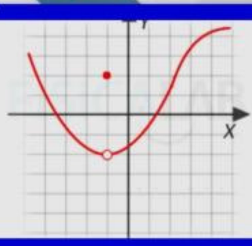


2.Une con una línea.









La primera función es continua en $\mathbb{R}$: puede ser representada de un solo trazado. Observa que presenta un punto anguloso en *x=3* y otro en *x=4*, pero estos no suponen ningún problema para la continuidad de la función.

Existen dos discontinuidades. La primera en *x=-2*, es una discontinuidad evitable. En ella se cumple:

$$\nexists f(-2) \lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2} f(x)$$

La razón de que la llamemos *evitable* es que bastaría hacer f(-2)=1 para que la función fuese continua en el punto. Por otro lado, en *x=0* hay una asíntota vertical, con lo que se trata de una discontinuidad inevitable de salto infinito. En ella se cumple:

$$f(0) = 2 \lim_{x \to 0^-} f(x) = 2 \lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$$

La segunda función presenta varias discontinuidades. La primera, en *x=-3*. Como puedes ver, se trata de una asíntota vertical, que desde el punto de vista de la discontinuidad es de tipo inevitable de salto infinito. En ese punto se cumple:

$$\nexists f(-3) \lim_{x \to -3^-} f(x) = \infty \lim_{x \to -3^+} f(x) = -\infty$$

La segunda en *x=1*, es una discontinuidad inevitable de salto finito. Concretamente el salto es de magnitud 4. En ella se cumple:

$$f(1) = 0 \lim_{x \to 1^-} f(x) = 0 \lim_{x \to 1^+} f(x) = 4$$

El único punto de discontinuidad está en *x=-1*. Se trata de una discontinuidad evitable, ya que en él se cumple:

$$f(-1) = 2 \lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1} f$$

Bastaría hacer coincidir el valor de la función con el del límite para convertir la función en continua (*f(-1)=2*).

3.Complete, seleccionando las respuestas correctas.

En este caso, la gráfica corresponde a la función *f(x)=cos(x)*. Veamos las particularidades en el análisis de una función periódica:

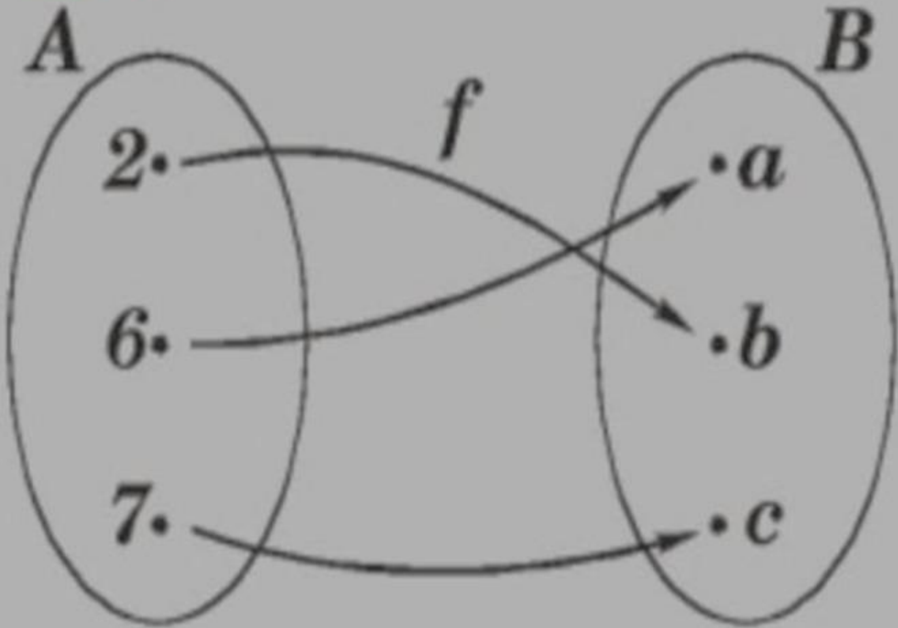
- : $Dom_f = \mathbb{R}$
- : $Rec_f = [-1,\ 1]$
- : $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ con $k \in \mathbb{Z}$
-
  - positivo: $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi,\ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$
  - negativo: $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi,\ \frac{3\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi\right)$
- Monotonía
  - $x \in (\pi + 2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi,\ 2\pi +\ 2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi)$
  - $x \in (0 + 2 \cdot k \cdot \pi,\ \pi + 2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi)$ co
  - Máximos
    - $Max = (2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi,\ 1)$ con k

      $max = (2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi,\ 1)$ con $k \in$
  -
    - Absolutos: $Min = ((2 \cdot \mathrm{k} + 1) \cdot \pi,\ -1$
    - Relativos:

- : Observa que una función cumple a la vez las condiciones de concavidad y convexidad. Así, las las incluiremos tanto en los intervalos cóncavos como en los convexos.
    - Intervalos de :
      $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \mathbf{k} \cdot \pi,\ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \mathbf{k} \cdot \pi\right.$
    - Intervalos de convexidad:
      $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \mathbf{k} \cdot \pi,\ \frac{3\pi}{2} + 2 \cdot \mathbf{k} \cdot \pi\right)$
- : La función está acotada, pues lo está e inferiormente. La mínima de las cotas superiores es *y=1*, y cumple que *1≥f(x)* para cualquier *x* del dominio. Por otro lado, la máxima de las cotas inferiores es *y=-1*, y cumple que *-1≤f(x)* para cualquier *x* del dominio.
    - Supremo: *y=1*
    - Ínfimo: *y=-1*
- : La función presenta paridad par, es decir, simetría respecto al eje *y*
- : La función es periódica y tiene como período $T=2\cdot\pi$

es imagen de un solo elemento del dominio, es decir, es sobreyectiva e inyectiva a la vez.

EJEMPLO 1:



Sea la función f: $\{(2;b),(6;a),(7;c)\}$, definida de mediante el gráfico de la figura.

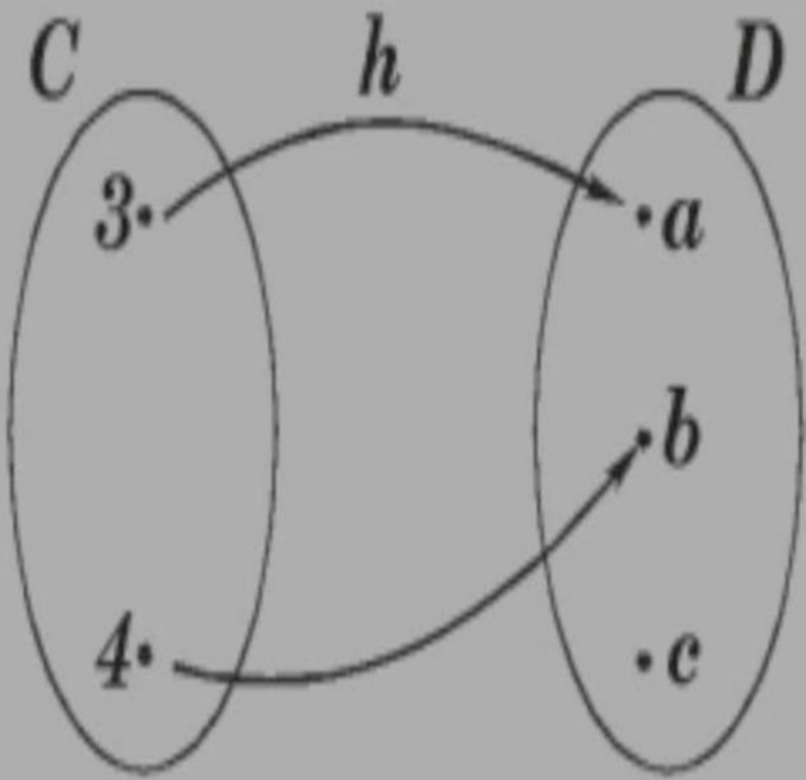
Podemos afirmar que :

I) A elementos del le corresponden imágenes diferentes.

II) El rango de **«f»** está formado por los **a , b , c** que forman todo el conjunto de llegada **B** .

De **(I)** y **(II)** concluímos que la aplicación «f es biyectiva de **A** en **B**»

EJEMPLO 2 :

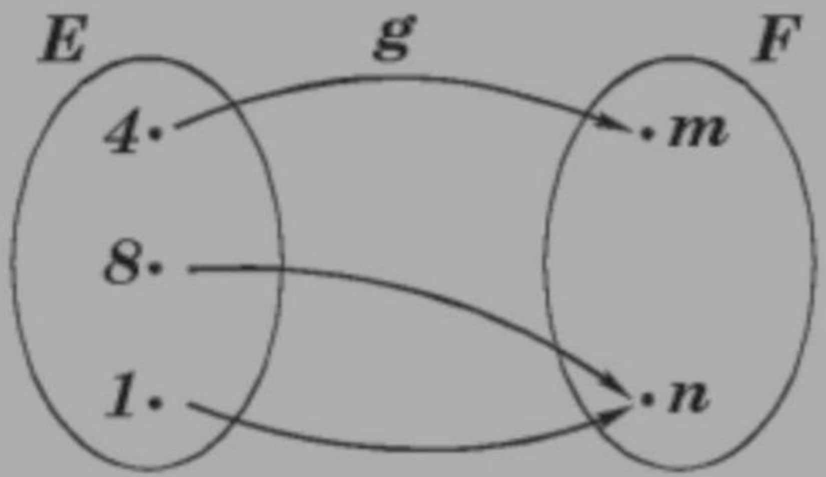


Dada la función **h**: $\{(3;a),(4;b)\}$, definida de **C** en **D** según el gráfico de la figura , afirmar que

El de la aplicación «**h**» está formado por los elementos **«a»** y **«b»**, que no son todos los elementos del conjunto **D**.

Luego , la «**h**» de **C** en **D** no es

EJEMPLO 3 :



g: $\{(4;m);(8;n);(1;n)\}$,

definida de **E** en **F** , según el gráfico de la figura, podemos afirmar que :

A los 8 y 1 del dominio, que son diferentes, les la misma imagen «n».

Es decir $8 \neq 1$ y $f(8) = f(1) = n$

Por esta razón , la «g» de **E** en **F** no es

CONCLUSIÓN :

Una función de **A** en **B** es cumple con las condiciones siguientes:

I) El de la todo el conjunto de llegada, o sea **B**.

II) A les imágenes diferentes. Es decir, la aplicación es INYECTIVA y SOBREYECTIVA.

EJEMPLO 4:

Sea la $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ por:

$f(x)=x^2$

I) Será , porque $f(\mathbb{R}^+) = \mathbb{R}^+$

II) Será , porque $x_1^2 = x_2^2$ y, como son se deduce que $x_1 = x_2$

Luego se trata de una función biyectiva.

EJEMPLO 5 :

Averigue si la función : $f:[-1;6\rangle \rightarrow [-7;11\rangle$ definida por: $f(x) = 2x - 5$, es biyectiva

RESOLUCIÓN :

Veamos si f es

Sean $x_1; x_2 \in Domf = [-1;6\rangle$

Luego :

$f(x_1)=f(x_2)$ implica $2x_1 - 5 = 2x_2 - 5 \Rightarrow x_1 = x_2$

Por tanto, f es inyectiva

Veamos si f es sobreyectiva:

Hallemos el de f como $x \in [-1;6\rangle$

$$\Rightarrow -7 \leq 2x - 5 < 7 \;\Rightarrow -7 \leq y < 7$$

$$\Rightarrow Ranf = [7\,;7\rangle$$

Luego $Ranf = [-7\,;11\rangle$

Por tanto f no es sobreyectiva .

Finalmente f no es biyectiva .

EJEMPLO 6 :

Sea :

$$f : [2;4] \rightarrow A\ ,\ f(x) = 1 - 2x$$

$$g : A \rightarrow B\ ,\ g(x) = \frac{7}{x+1}$$ igualmente biyectiva

calcular B.

RESOLUCIÓN:

es biyectiva Ranf = A

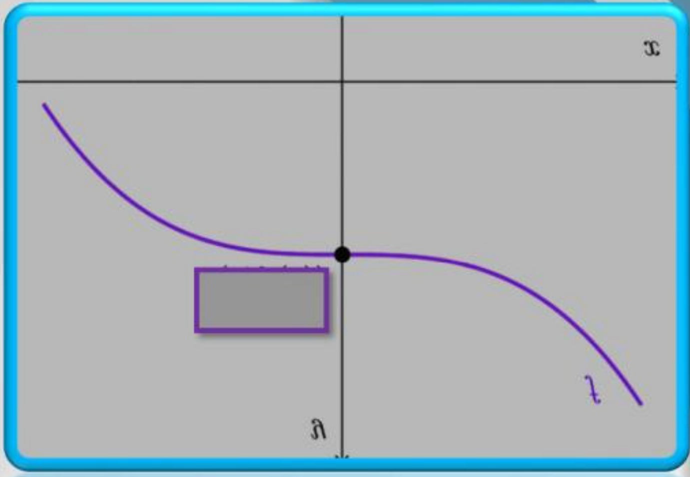
$$2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -4 \geq -2x \geq -8 \Rightarrow -3 \geq -2x + 1 \geq -7$$

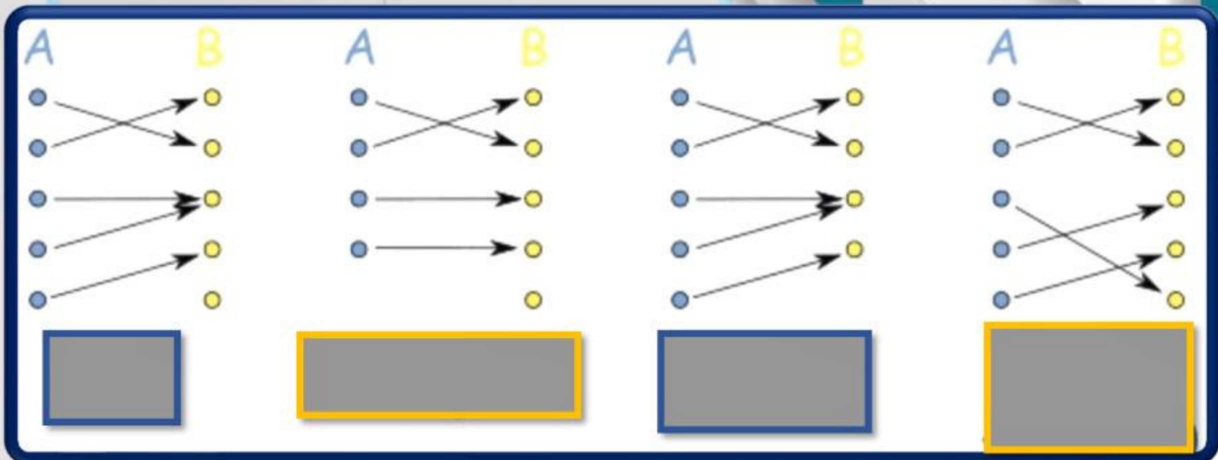
$$\Rightarrow A = [-7;-3]$$

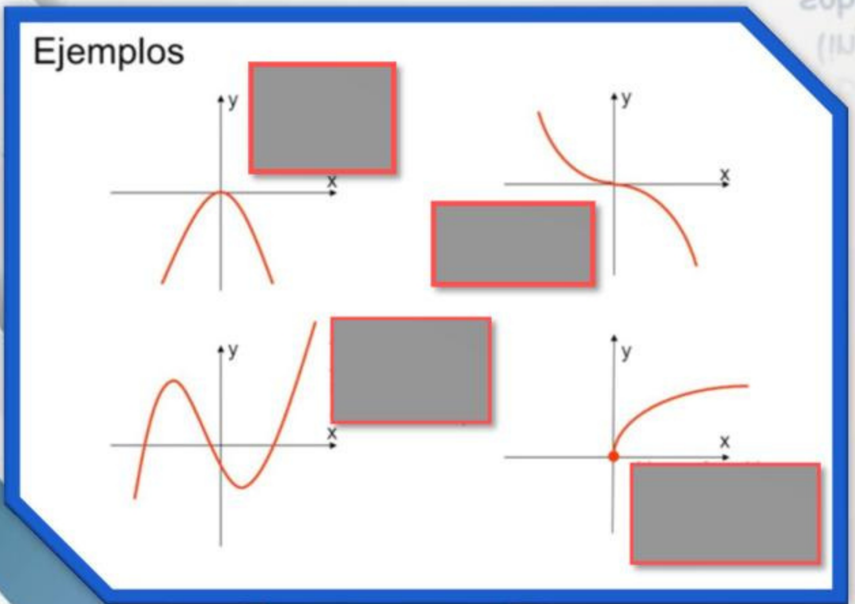
es biyectiva Rang = B

$$-7 \leq x \leq -3 \Rightarrow -6 \leq x+1 \leq -2 \Rightarrow -\frac{1}{6} \geq \frac{1}{x+1} \geq -\frac{1}{2}$$

3.Seleccione la opción correcta.

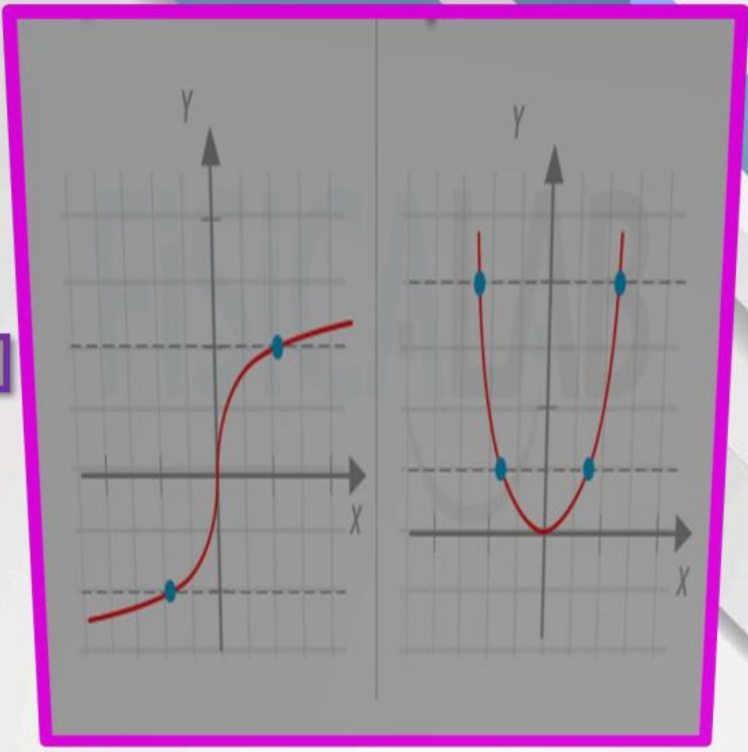




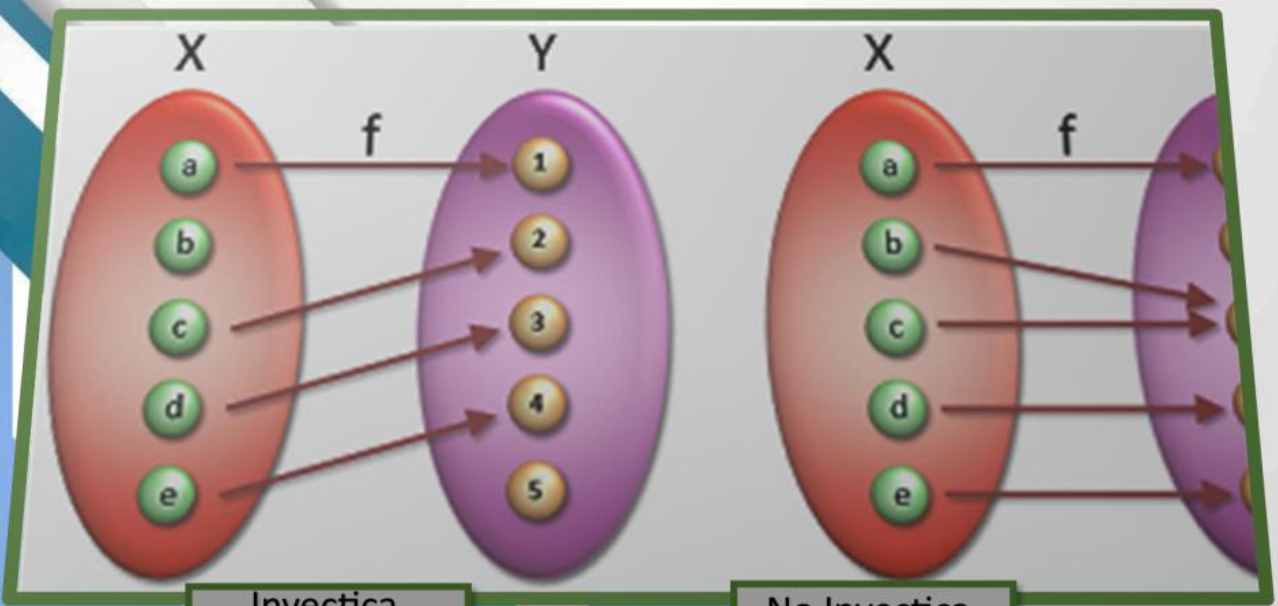


4.Arrastrar y poner

Inyectica



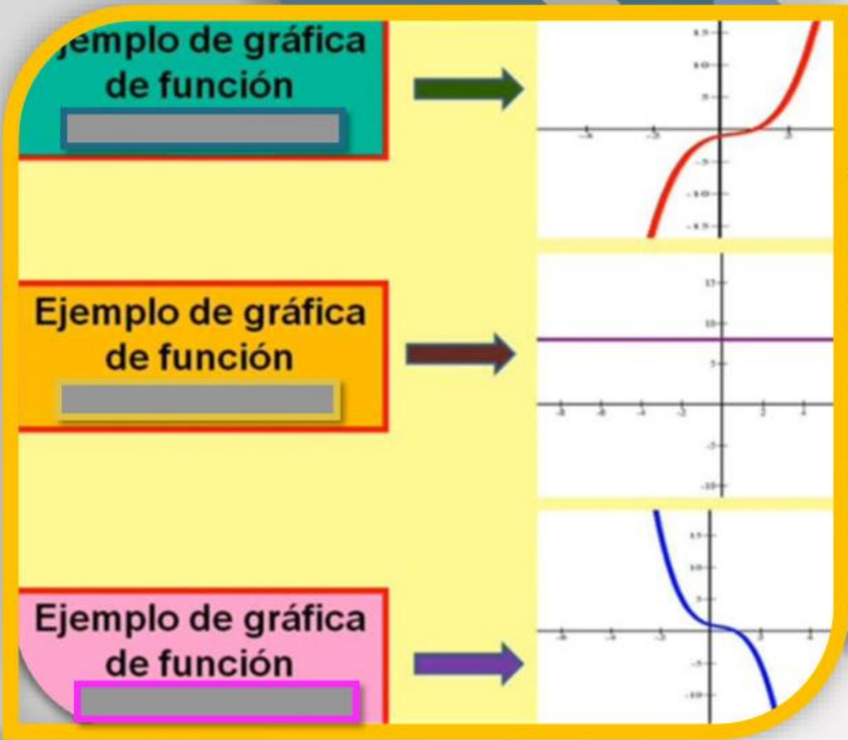
No Inyectica

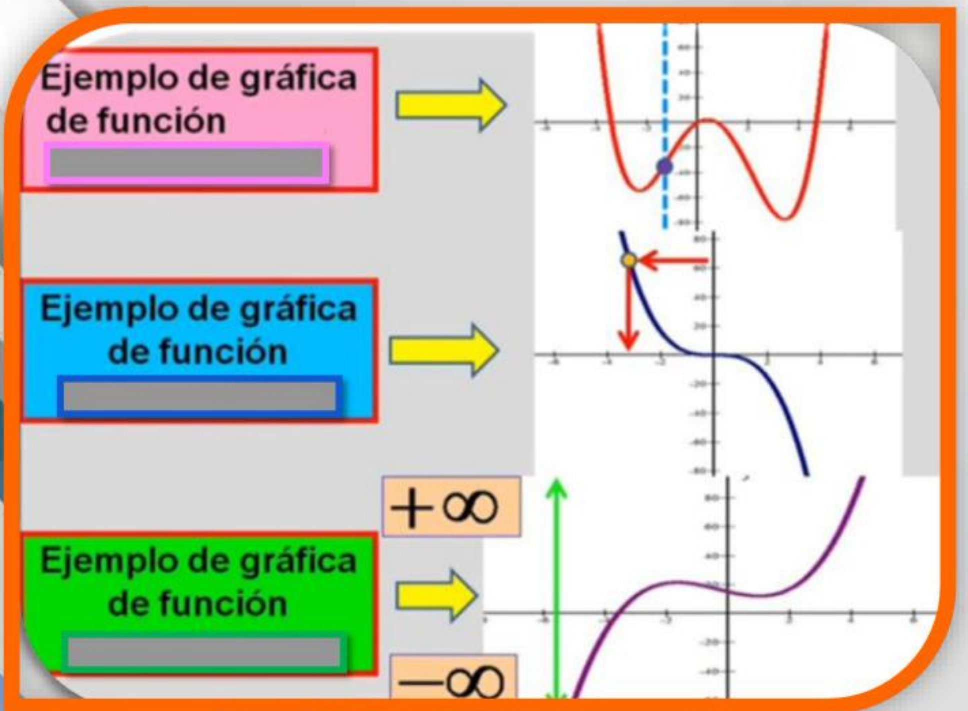


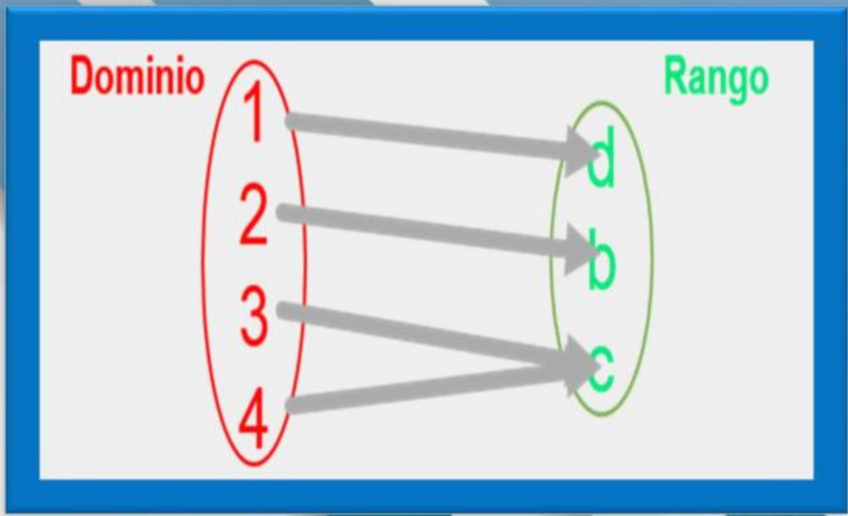
Inyectica

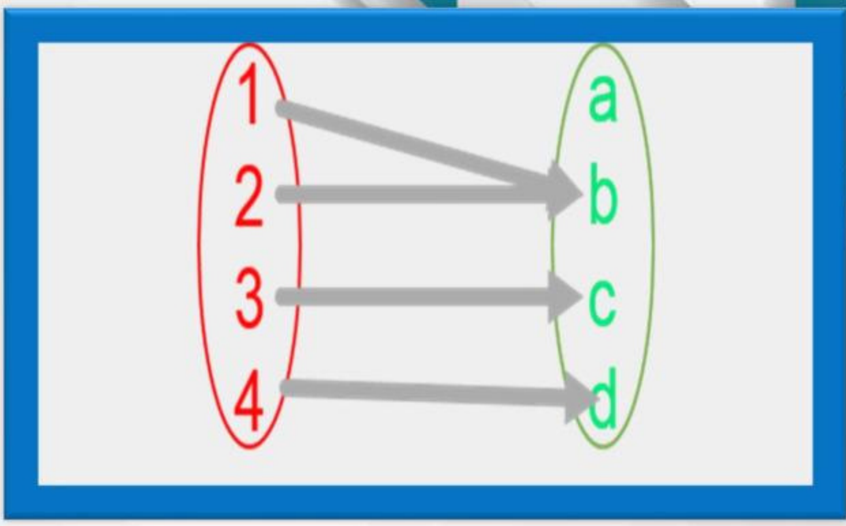
No Inyectica

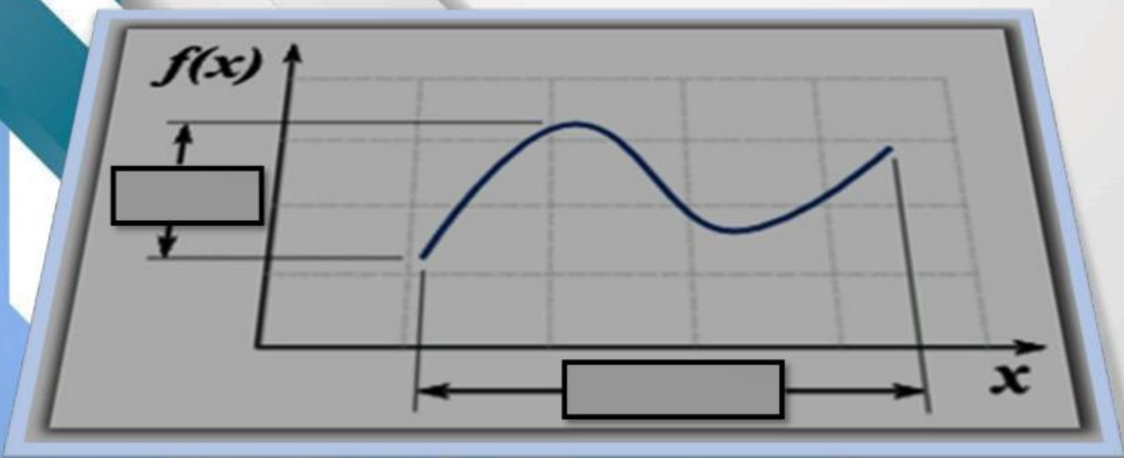
5.Seleccione la respuesta correcta.






Dominio
Rango
1
2
3
4
d
b
c


1
2
3
4
a
b
c
d


f(x)
x

6.Verdadero o Falso.

1.Una función inyectiva garantiza que cada elemento del dominio se asigna a exactamente un elemento en el codominio.

2.Toda función sobreyectiva asigna cada elemento del codominio a al menos un elemento en el dominio.

3.Una función biyectiva es aquella que es tanto inyectiva como sobreyectiva.

4.Si dos conjuntos tienen la misma cardinalidad, entonces existe una función biyectiva entre ellos.

5.Si una función es inyectiva, significa que no hay dos elementos diferentes en el dominio que se asignen al mismo elemento en el codominio.

6.Toda función sobreyectiva es automáticamente biyectiva.