

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Materi : Sifat-sifat Limit Fungsi Aljabar

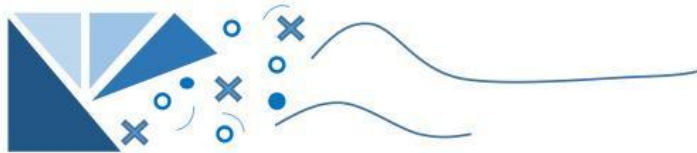
Sekolah : SMAN 1 Banguntapan

Kelas : XI MIPA 3

Waktu : 45 menit

Nama Anggota Kelompok:

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.



Permasalahan 1

- 1.1) Jika $f(x) = 2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 1 Nilai pendekatan $f(x) = 2$, pada saat x mendekati 1

x	0	0,2	0,5	0,9	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apa kamu peroleh dari **Tabel 1**?

Kita dapat mengamati pergerakan nilai-nilai x dan $f(x)$ pada **Tabel 1** tersebut, jika x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai y akan mendekati 2 dari kiri dan kanan. Hal ini dapat kita tuliskan secara matematika sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = \dots\dots\dots = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2$$

Jadi, dapat dituliskan $\lim_{x \rightarrow 1} 2 = \dots\dots\dots$

- 1.2) Setelah mengamati 1.1 $f(x) = 4$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1

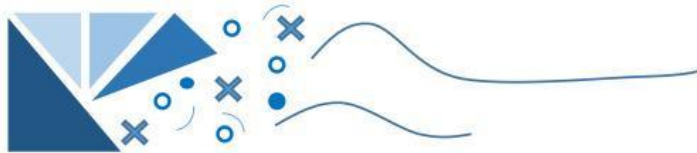
$$\text{yaitu } \lim_{x \rightarrow 1^-} 4 = \dots\dots\dots = \lim_{x \rightarrow 1^+} 4$$

Jadi, dapat dituliskan $\lim_{x \rightarrow 1} 4 = \dots\dots\dots$

Secara intuitif, untuk sebarang nilai x dekat dengan bilangan, $f(x)$ mendekati nilai konstan. Jadi, berdasarkan 1.1 dan 1.2 diperoleh sifat berikut:

Sifat 1

$\lim_{x \rightarrow c} k = k$ dengan k dan c adalah bilangan real yang mempunyai limit pada saat x mendekati c .



Permasalahan 2

2.1) Jika $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 2 Nilai pendekatan $f(x) = x$ pada saat x mendekati 1.

x	0	0,2	0,5	0,9	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apa yang kamu peroleh dari **Tabel 2**?

Kita dapat mengamati pergerakan nilai-nilai x dan $f(x)$ pada tabel tersebut. Perhatikanlah, jika x mendekati 1 dari kiri dan kanan maka nilai y akan mendekati 1 dari kiri dan kanan. Hal ini dapat ditulis secara matematika sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} x = \dots\dots\dots = \lim_{x \rightarrow 1^+} x$$

Jadi, dapat dituliskan $\lim_{x \rightarrow 1} x = \dots\dots\dots$

2.2) Setelah mengamati 2.1 maka, $f(x) = x$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati

$$2 \text{ yaitu } \lim_{x \rightarrow 2^-} x = \dots\dots\dots = \lim_{x \rightarrow 2^+} x$$

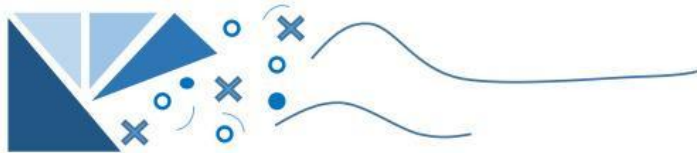
Jadi, dapat dituliskan $\lim_{x \rightarrow 2} x = \dots\dots\dots$

Secara induktif, untuk setiap nilai x mendekati bilangan c , maka nilai $f(x)$ mendekati $f(c)=c$.

Jadi, berdasarkan 2.1 dan 2.2 diperoleh sifat berikut:

Sifat 2

$\lim_{x \rightarrow \dots} \dots = \dots$ dengan c adalah bilangan real yang mempunyai limit pada saat x mendekati c .



Permasalahan 3

3.1) Jika $f(x) = 2x^2$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 3 Nilai pendekatan $f(x) = 2x^2$ pada saat x mendekati 1

x	0	0,2	0,5	0,9	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apa yang kamu peroleh dari **Tabel 3**?

Berdasarkan **Tabel 3**

Lihat kembali Sifat 1 dan Sifat 2

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$$

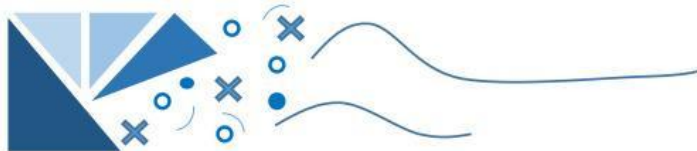
$$\begin{aligned} \text{Maka dari kedua hal tersebut } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 &= \lim_{x \rightarrow 1} \dots \times \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$3.2) \quad \text{Pada 3.1 dapat juga diperoleh dengan cara lain } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = \dots \lim_{x \rightarrow 1} \dots = \dots$$

Jadi, berdasarkan 3.1 dan 3.2 diperoleh sifat berikut:

Sifat 3

$\lim_{x \rightarrow \dots} [kf(x)] = \dots \left[\lim_{x \rightarrow \dots} \dots \right]$, dengan f adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dengan k dan c adalah bilangan real.



Permasalahan 4

4.1) Pada sifat ini kita akan membahas limit jika terdapat penjumlahan, pengurangan dan perkalian dua fungsi. Jika $f(x) = x^2$ dan $g(x) = 2x$ maka untuk menentukan nilai pendekatan $(f(x) + g(x))$, $(f(x) - g(x))$ dan $(f(x) \times g(x))$ pada saat x mendekati 1 menggunakan konsep limit dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 4 Nilai pendekatan $f(x) = x^2 + 2x$ pada saat x mendekati 1

x	0,2	0,9	0,999	...	1	...	1,01	1,1	1,8
$f(x) = x^2$	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$g(x) = 2x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) + g(x) = x^2 + 2x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f(x) - g(x) = x^2 - 2x$	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$a f(x) \times g(x) = (x^2)(2x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apa yang kamu peroleh dari **Tabel 4**?

Terlihat bahwa:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} (... + ...) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} (... - ...) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} (...) \times (...) = \dots\dots\dots$$

Sehingga dari fakta diatas, dapat ditulis sebagai berikut:

Penjumlahan

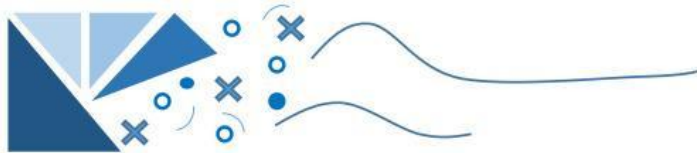
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (... + ...) &= \lim_{x \rightarrow 1} (... + ...) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} ... + \lim_{x \rightarrow 1} ... \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Pengurangan

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (... - ...) &= \lim_{x \rightarrow 1} (... - ...) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} ... - \lim_{x \rightarrow 1} ... \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Perkalian

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (... \times ...) &= \lim_{x \rightarrow 1} (...) \times (...) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} ... \times \lim_{x \rightarrow 1} ... \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$



Jadi, berdasarkan 4.1 diperoleh sifat berikut:

Sifat 4

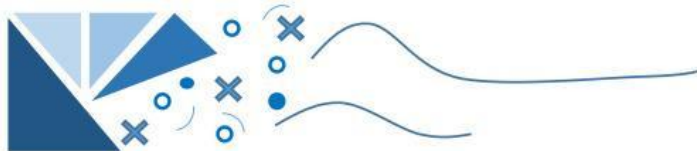
$\lim_{x \rightarrow \dots} [\dots + \dots] = \lim_{x \rightarrow \dots} \dots + \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$, dengan f dan g adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real.

Sifat 5

$\lim_{x \rightarrow \dots} [\dots - \dots] = \lim_{x \rightarrow \dots} \dots - \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$, dengan f dan g adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real.

Sifat 6

$\lim_{x \rightarrow \dots} [\dots \times \dots] = \lim_{x \rightarrow \dots} \dots \times \lim_{x \rightarrow \dots} \dots$, dengan f dan g adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real.



Permasalahan 5

6.1) Jika $f(x) = \frac{4x^2}{6x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 5 Nilai pendekatan $f(x) = \frac{4x^2}{6x}$ pada saat x mendekati 1.

x	0	0,2	0,5	0,9	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apa yang kamu peroleh dari **Tabel 5**?

Berdasarkan tabel di atas, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2}{6x} = \dots\dots\dots$

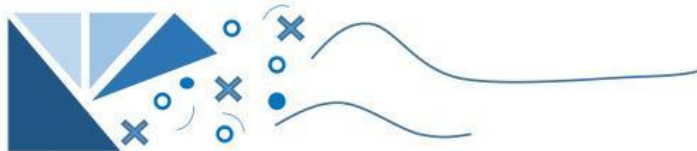
Atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2}{6x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} \dots}{\lim_{x \rightarrow 1} \dots} = \dots\dots\dots$$

Jadi, berdasarkan 5.1 diperoleh sifat berikut:

Sifat 7

$\lim_{x \rightarrow \dots} \left[\frac{\dots}{\dots} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow \dots} \dots}{\lim_{x \rightarrow \dots} \dots}$, dengan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$ dengan f dan g adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real.



Permasalahan 6

6.1) Jika $f(x) = x^2$, maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 dapat ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 6 Nilai pendekatan $f(x) = x^2$, pada saat x mendekati 1

x	0	0,2	0,5	0,9	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	1,5	1,8	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Apakah yang kamu peroleh dari **Tabel 6**?

Berdasarkan Tabel 3

Lihat kembali Sifat 2

$$\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Maka dari hal tersebut } \lim_{x \rightarrow 1} x^2 &= \lim_{x \rightarrow 1} \dots \times \dots \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \dots \times \lim_{x \rightarrow 1} \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

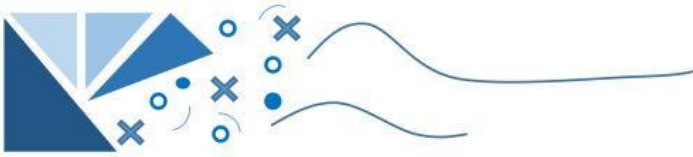
Atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\lim_{x \rightarrow \dots} \dots = \left[\lim_{x \rightarrow \dots} \dots \right]^{\dots} = \dots$$

Jadi, berdasarkan 6.1 diperoleh sifat berikut:

Sifat 8

$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow c} \dots \right]^n$, dengan f adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real serta n adalah bilangan bulat positif.



Permasalahan 7

7.1) Setelah mengamati di permasalahan 6, maka untuk $f(x) = \sqrt{2x}$ maka nilai pendekatan $f(x)$ pada saat x mendekati 1 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{2x} &= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{2x} \\ &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} \dots} = \dots\end{aligned}$$

Jadi, dari permasalahan 7 diperoleh sifat berikut:

Sifat 9

$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} \dots}$, asal $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$ dengan f adalah fungsi yang mempunyai limit pada x mendekati c , dan c adalah bilangan real serta n adalah bilangan bulat positif.