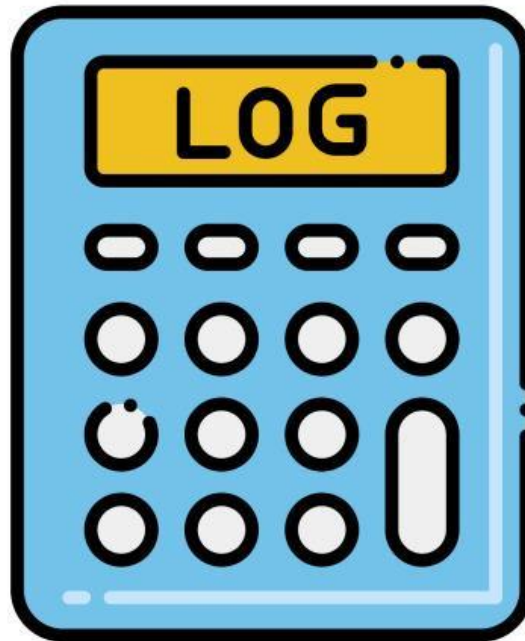


# Pembelajaran Matematika

## Logaritma



NAMA

kelas

SMA

X / Semester 1

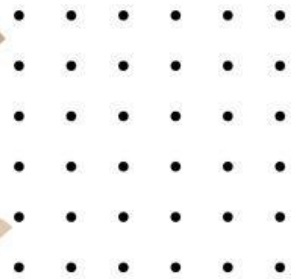
## Kompetensi Dasar

3.2 Mengidentifikasi sifat-sifat logaritma

3.3 Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan logaritma

## Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan literasi numerisasi media offline maupun online, peserta didik dapat mengidentifikasi sifat-sifat logaritma dan menyelesaikan masalah logaritma dalam kehidupan sehari-hari.



## Logaritma Basis 10

Jika  $10^3 = 1000$ , maka  $^{10}\log 1000 = 3$  dan begitu juga sebaliknya

Menentukan nilai dari  $^{10}\log 100$

Cara 1:

Misalkan  $^{10}\log 100 = x$ ,

ubah menjadi pangkat sehingga menjadi  $10^x = 100$

cari nilai x yang sesuai, didapat  $x = 2$

Sehingga,  $^{10}\log 100 = 2$

Cara 2 menggunakan kalkulator

Tekan tombol **log 100** lalu tekan **=**

maka akan muncul hasilnya, yaitu 2

## Logaritma sebagai invers dari Eksponen

Untuk  $a > 0$  dan  $a \neq 1$ , berlaku  $y = {}^a\log x \Leftrightarrow a^y = x$

### Tabel hubungan logaritma dengan eksponen

| LOGARITMA                  | EKSPONEN                              |
|----------------------------|---------------------------------------|
| $^{10}\log 100 = 2$        | $10^2 = 100$                          |
| $^3\log 9 = 2$             | $3^2 = 9$                             |
| $^5\log 125 = 3$           | $5^3 = 125$                           |
| $^{1/5}\log 125 = -3$      | $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$ |
| $^4\log \frac{1}{64} = -3$ | $4^{-3} = \frac{1}{64}$               |
| $^e\log 1 = 0$             | $e^0 = 1$                             |

Contoh:

$^2\log 16$

Penyelesaian:

Misalkan  $^2\log 16 = x$

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

## Sifat-sifat Logaritma



### Sifat Perkalian

$${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$$

Contoh:

$$\log 100.000 = \log(100 \cdot 1000) = \log 100 + \log 1000 = 2 + 3 = 5$$

$$\log 10.000 = \log(100 \cdot 100) = \log 100 + \log 100 = 2 + 2 = 4$$



### Sifat Pembagian

$${}^a\log \frac{x}{y} = {}^a\log x - {}^a\log y$$

Contoh:

$$1) \log \frac{100}{10} = \log 100 - \log 10 = 2 - 1 = 1$$

$$2) \log 50 - \log 5 = \log \frac{50}{5} = \log 10 = 1$$



### Sifat Perpangkatan

$${}^a\log x^r = r {}^a\log x$$

Contoh:

$${}^7\log 49^3 = 3 \cdot {}^7\log 49 = 3 \cdot {}^7\log 7^2 = 3 \cdot 2 = 6$$



### Mengubah Bilangan Pokok Logaritma

Jika  $x$  bilangan positif dan  $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$  maka:

$${}^a\log x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Contoh:

$$\frac{{}^2\log 16}{{}^2\log 4} = {}^4\log 16 = {}^4\log 4^2 = 2 \cdot {}^4\log 4 = 2$$

Dari sifat  ${}^a\log x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ , dapat diperoleh sifat:

$$1) {}^a\log x = \frac{\log x}{\log a} = \frac{\log_e x}{\log_e a} = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$2) {}^a\log b \cdot {}^b\log x = {}^a\log x$$



## Lembar Kerja Peserta Didik

- 1) Nyatakan bentuk pangkat dari  $8^{-1} = \frac{1}{8}$  dan  $2^4 = 8$  dalam bentuk logaritma yang ekuivalen!
- 2) Nyatakan dalam bentuk penjumlahan:  ${}^2\log(8)(2)$  dan sederhanakan hasilnya!
- 3) Nyatakan dalam bentuk pengurangan:  ${}^5\log \frac{1000}{8}$  dan sederhanakan hasilnya!
- 4) Sederhanakan:  ${}^{10}\log 28^7$ !

### Jawaban

**Lembar Kerja Peserta Didik**

### Soal 1

Caca berencana untuk menabung di bank sebesar Rp6.000.000,- dan setiap tahunnya Caca mendapatkan bunga dari bank sebesar 3%. Dibutuhkan berapa tahun supaya uang tabungan Caca menjadi 5x lipat?

**Asumsikan bahwa:**

$$M_0 = \text{modal awal}$$
$$M_n = \text{modal setelah menabung selama } n \text{ tahun}$$

$a = \text{bunga per tahun}$

**Diketahui:**

Tabungan awal ( $M_0$ ) =

Tabungan setelah n tahun ( $M_n$ ) =

**Ditanyakan:**

Berapa n tahun tabungan cacca menjadi 5x lipat dari tabungan awal?

**Penyelesaian:**

Dengan sifat logaritma, kita dapat mencari berapa lama Caca menabung sehingga tabungannya menjadi 5x lipat:

**Rumus:**  $M_n = M_0(1 + a)^n$

$$M_n = 6.000.000(1 + 0,03)^n$$

$$\Leftrightarrow 30.000.000 = 6.000.000(1 + 0,03)^n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{0000}} = \boxed{\phantom{0000}}$$



$$\Leftrightarrow \log \boxed{\phantom{000}} = \log \boxed{\phantom{000000}}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{\phantom{000}} = \log \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}} \times \log \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{\boxed{\phantom{000000}}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{\boxed{\phantom{000000}}}$$

$$\Leftrightarrow n = \boxed{\phantom{000}}$$

Jadi, Caca membutuhkan waktu  $\boxed{\phantom{000}}$  tahun

agar tabungannya menjadi 5x lipat.



## Lembar Kerja Peserta Didik

### Soal 2

Sekumpulan amoeba akan membelah diri menjadi dua selama 2 jam. Diketahui banyak amoeba adalah 200, maka dibutuhkan berapa lama kah sehingga amoeba tersebut menjadi 20.000?

**Asumsikan bahwa:**

A = Banyak amoeba setelah beberapa jam tertentu

t = Waktu yang dibutuhkan amoeba menjadi 20.000

n = Amoeba membelah sebanyak n kali

**Diketahui:**

A = 20.000

n = 2

Fungsi yang diketahui setelah amoeba membelah dalam beberapa jam tertentu:

A =  x

**Ditanyakan:**

Berapa lama amoeba membelah menjadi 20.000?

**Penyelesaian:**

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}} \times \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$



$$\Leftrightarrow \log \boxed{\phantom{000}} = \log \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \log \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}} \times \log \boxed{\phantom{000}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phantom{000}} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}}$$

$$\Leftrightarrow t = \boxed{\phantom{000}}$$

Jadi, lama waktu amoeba membelah diri hingga 20.000  
adalah  jam





## Kesimpulan

Definisi logaritma:  ${}^a\log b = x \Leftrightarrow a^x = b$ , diperoleh:

- 1)  ${}^a\log a^n = n$
- 2)  ${}^a\log a = 1$
- 3)  ${}^a\log 1 = 0$

Sifat-sifat logaritma

- a)  ${}^c\log (a \times b) = {}^c\log a + {}^c\log b$
- b)  ${}^c\log \left(\frac{a}{b}\right) = {}^c\log a - {}^c\log b$
- c)  ${}^c\log a^n = n \times {}^c\log a$
- d)  ${}^c\log a = \frac{\log_p a}{\log_p c}$   
 ${}^c\log a = \frac{1}{\log_a c}$
- e)  ${}^c\log a \times {}^a\log b = {}^c\log b$   
 ${}^{c^n}\log a^m = c \cdot \frac{m}{n} \log a$   
 ${}^{c^n}\log a^n = {}^c\log a$
- f)  $c^{\log_c a} = a$